

晶格气体模型在重离子物理中的应用*

苏前敏¹ 马余刚^{1,2} 沈文庆 王建松¹ 蔡翔舟¹ 方德清¹

1 (中国科学院上海原子核研究所 上海 201800)

2 (复旦大学李政道综合物理实验室 上海 200433)

0571.6

摘要 介绍了用于描述中高能重离子碰撞后期形成的热发射源系统行为的晶格气体模型的原理, 并同渗透模型作了比较. 综述了该模型在描写核态方程、相变和临界现象的新进展及不足之处.

关键词 相变 临界现象 核态方程 信息熵
分类号 O571.6

晶格气体模型

重离子物理

1 前言

70 年代以来, 各国纷纷建造重离子加速器, 加速了科学家对原子核性质和反应机制的认识, 为核物理研究开辟了一个新领域. 特别是中能核核碰撞处在从核内平均场效应占主导(低能区)到核子核子碰撞占主导(高能区)的过渡阶段, 反应机制更加复杂. 伴随着碰撞后期多重碎裂反应道的开放, 许多现象相继出现. 国际上许多著名的实验室从理论上建立模型来描述和解释这些现象, 并试图揭开液气相变的面纱. 这其中晶格气体模型(以下简称格气模型)以其清晰的物理图象、可操作性强而受到物理学家, 尤其是实验研究人员的青睐.

很早以前, 李政道和杨振宁^[1]用格气模型将单一原子气体的巨配分函数映射到用于描写粒子自旋为 1/2 的伊辛模型中的正则系综, 成功地描述了原子体系的液气相变. 推而广之, 对有限核量子多体系统, 格气模型同样提供了一种方便地研究原子(例如在中能重离子碰撞后期的特定阶段核性质和反应特征)的有效途径. 近年来, 加拿大的 J. Pan、Das Gupta 小组拓展了格气模型并深入地剖析了该模型, 成功地拟合了大量的中心碰

撞^[2]和周边反应^[3]的实验结果. 法国的 Campi^[4]用格气模型研究了超过临界点核物质的碎片分布. 美国的郭子斯等用平均场近似研究了同位旋相关的格气模型^[5]. LPC 和 GANIL 也用同位旋相关的格气模型去辨别液气相变.

本文将介绍该模型的原理、与渗透模型的比较以及在描述核态方程和临界现象的进展. 同时阐述格气模型的物理本质及其发展前景, 并介绍了我们组在这一方面所开展的工作.

2 格气模型的原理

这里格气模型的研究对象为中能重离子反应中入射道形成的已达热力学平衡的具有 n 个核子的体系. 通常经过碰撞形成的复合系统最初被压缩, 然后膨胀. 在这个膨胀过程中产生了实验中可观测到的碎片. 在严格的热力学定义下, 一个膨胀体系不是平衡体系. 然而假如膨胀时间标度远大于平衡体系的弛豫时间, 如流速远小于平均核子速度, 这时可认为体系达到热力学平衡. 此时核物质被想象成三维晶格, 其格点或者是空的, 或者是被质子或中子布居. 每个格点体积标

收稿日期: 1998-11-12 收, 收修改稿日期: 1999-09-10.

* 国家自然科学基金(项目号 19705012)、国家杰出青年基金(项目号 19725521)、上海市科技启明星计划(项目号 97QA14038)、中科院院长基金特别支持、国家教委和国家人事部资助留学回国人员基金共同资助.

度为 $1/\rho_0 = 6.25 \text{ fm}^3$, 其中 ρ_0 为正常核密度. 格点为空时, 占有数 $\tau = 0$; 格点为质子(中子)占据时, $\tau = 1(-1)$. 相邻核子的相互作用为 $\varepsilon_{\tau_i \tau_j}$, 以模拟短程强相互作用. 模型中哈密顿量为

$$H = \sum_{i=1}^n \frac{p_i^2}{2m} - \sum_{\langle i,j \rangle} \varepsilon_{\tau_i \tau_j} \tau_i \tau_j, \quad (1)$$

式中, p_i 为第 i 个核子的动量, m 为每核子质量. 假定不考虑同类核子间的相互作用, 而考虑异类核子间的吸引作用, $\varepsilon_{\tau_i \tau_j}$ 为同位旋相关, 否则为同位旋不相关. 模型中, n 个核子包含在格点数为 N 的晶格中 ($N \geq n$), $N/n = \rho_0/\rho_f$, ρ_f 为核物质的冻结密度. 在格气模型中, 所有的碎片分布就是在这个冻结密度下进行计算的.

在特定的温度下, 赋予 n 个核子位置和动量, 对晶格初始化. 由于考虑了符合经典统计学的体系, 故对于位置 r 和动量 p 的抽样可以相互独立. 位置通过蒙特卡罗的 Metropolis 抽样方法获得, 而动量通过麦克斯韦-玻耳兹曼分布的蒙特卡罗抽样获得. 这样一个组态就形成了. 各种不同可观察量可以在这样的框架下进行计算. 假定相邻核子的相互作用 ε 与其相对运动动量 p_r 决定着集团(碎片)的形成, 并假定满足条件 $(p_r^2/2\mu - \varepsilon_{\tau_i \tau_j} \tau_i \tau_j) < 0$, 则相邻的两核子属于同一碎片, μ 为约化质量. 这种思想已经体现在凝聚态物理的液滴大小的计算中. 这一条件意味着此时产生的碎片已经相当冷, 它的热激发能已低于粒子发射的阈. 利用这个条件可以将碎片产额计算这一多体问题处理成独立的两体问题之和.

格气模型仅输入两个正则变量, 即核温度 T 和冻结密度 ρ_f , 可方便地研究体系散裂后碎片的分布, 进而研究多重碎裂、核态方程和液气相变等.

3 与渗透模型比较

渗透模型^[6]和格气模型表面上相似, 两

者都是统计模型, 都用晶格来简化研究对象, 唯象地描述复杂的多体问题, 都能描述多重碎裂, 但却有本质上的不同.

渗透模型是研究临界现象的最简单的统计处理方法, 仅输入一个参数. 渗透模型有两种, 一种是通过键束缚(格点数=核子数)的渗透模型, 另一种是格点渗透模型. 前者键断裂的几率为温度的函数, 然而却没有其它参数对应体积或体系的压强; 后者核子数小于格点数, 格点被占据的几率为体积的函数, 然而没有对应温度或压强的参数, 这种简单模型不能描述核的热力学性质.

格气模型尽管也是统计模型, 但它具有温度和密度双重依赖性, 两个输入参数, 并且模型里包含着哈密顿量, 相邻核子有相互作用, 这样可以求出核状态方程. 通过不同温度下事件的积累, 进而可以描述 (P, V, T) 相图. 因此格气模型可以统一描述核态方程和多重碎裂. 另外, Das Gupta 小组^[7]用格气模型验证了液气相变过程中包含着渗透相变.

4 模型中的核态方程

由体系的哈密顿量 $H = \sum_{i=1}^N [p_i^2/(2m)] + \sum_{\langle i,j \rangle} v(r_{ij})$ 和经典统计力学可导出正则系综的配分函数:

$$Z = Z_p \cdot Z_r,$$

$$Z_p \propto \exp\left[-\beta \sum_{i=1}^N \frac{p_i^2}{2m}\right] d^3P_1 \cdots d^3P_n,$$

$$Z_r \propto \exp\left[-\beta \sum_{\langle i,j \rangle} v(r_{ij})\right] d^3R_1 \cdots d^3R_n. \quad (2)$$

β 为 $1/(KT)$ (K 为常数), $v(r_{ij})$ 为相邻核子相互作用势. Z_p 不依赖体积, 只需计算 Z_r . 设 N_m 为特定晶格组态的最相邻核子对的数

目(键数), $\sum_{\langle ij \rangle} v(r_{ij}) = \varepsilon N_{nn}$, 其中 ε 为粒子-粒子作用常数. 则

$$Z_p = \sum_{N_{nn}} g(N, n, N_{nn}) e^{-\beta \varepsilon N_{nn}}, \quad (3)$$

式中 $g(N, n, N_{nn})$ 为简并因子, 满足

$$\sum_{N_{nn}} g(N, n, N_{nn}) = \frac{N!}{(N-n)!n!}. \quad (4)$$

式(3)的关键是求 N_{nn} , 一般来说很难, 但理论可以有不同途径近似地求解. Bragg-William 近似采用 $N_{nn} = \gamma n^2 / 2N$, 其中 γ 是一个核子的平均相邻核子数(除了边界). 在三维晶格中 $\gamma = 6$. 此时 $Z_c = \exp\{-[N! / n! (N-n)!] \times (\beta \varepsilon \gamma n^2 / 2N)\}$. 核态方程可通过 $P = KT(\partial \ln Z / \partial V)_T = KT(\partial \ln Z_c / \partial V)_T$ (由于 Z_p 不具有体积依赖性)求得. 体积 $V = a^3 N$, $a^3 = 1/\rho_0 = 6.25 \text{ fm}^3$, 正常核体积 $V_0 = a^3 n$. 根据斯特令公式可得到

$$P = \frac{KT}{a^3} \ln \left(\frac{N}{N-n} \right) - \frac{1}{2a^3} \varepsilon \gamma \left(\frac{n}{N} \right)^2. \quad (5)$$

用 $n/N = V_0/V = \rho_0/\rho$,

$$P = KT \rho_0 \ln \left(\frac{V}{V-V_0} \right) - \frac{1}{2} \varepsilon \rho_0 \gamma \left(\frac{V_0}{V} \right)^2. \quad (6)$$

此状态方程具有和范德瓦尔斯气体相似的行为(1 mol 范德瓦尔斯气体状态方程为 $P = N_A KT / [(V-b) - a/V^2]$. 据此, 可以粗略地估计格子模型能够达到液气相变. 另外, 还可以用更好的平均场近似(Bethe-William 近似)来描述格子模型的状态方程(与 Bragg-Peierls 近似的比较见图1, 和密度相关的 Skyrme 作用的比较见文献[2]). 图1显示了格子模型中 T 为 5、10、15 和 20 MeV 时的相图. 从图中可以清晰地显示液气相变的迹象.

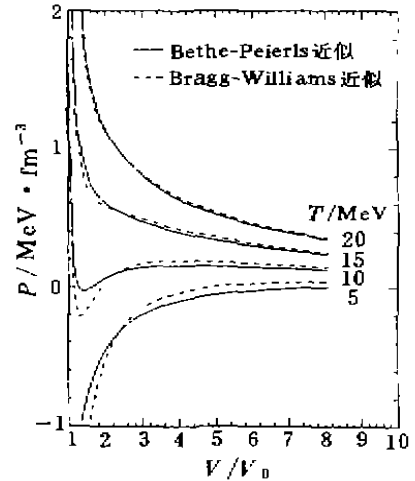


图1 格子模型中的相图^[2]在计算中取 $\varepsilon = -9 \text{ MeV}$.

5 相变和临界现象

特定条件下的相变和临界现象研究历来是倍受关注的领域. 近年来, 由于 GSI 的 A1-adin 实验组对 600 MeV/u Au+Au 碰撞的核量热曲线(Caloric curve)的先驱性实验测量^[8]以及美国 EOS 实验组对 1 GeV/u 的 Au+C 等反应临界参数的提取测量^[9], 在核物理界重新掀起了研究核物质液气相变和临界现象的高潮. 国际上许多大的实验室在核量热曲线的测量上都进行了大量的实验工作^[10~17]和相应的理论工作. 在理论模型中, 热核的统计多重碎裂模型^[18~20]和格子模型等都能成功地研究此类问题.

从格子模型出发可以提取中能区核物质相变的信息. 图2给出了用格子模型描述热力学极限下核物质的相变, D-C-E 线是液气共存线. 当穿过这条线时, 系统经历了一级液气相变. 实验上将出现一系列标志一级相变的不同信号. 在热力学极限下, 自由能 E 的一阶导数是不连续的, 二阶导数有 δ 函数形状的峰, 例如在常压下的热容量 C , 和等温压缩系数 K_T . 另外, 密度-温度的涨落关联函数 $F(r)$ 也有一个清楚的相变信号, 即这个

关联函数在相变点之上和之下呈指数衰减规律, 而在相变点本身, $F(r)$ 是平滑的. 当然在有限尺寸的体系中, 这种相变时的尖锐信号被钝化了, δ 函数被变为宽的高斯峰, 它的高度正比于体系的体积. 的确, 这个性质类似于连续的二级相变, C_p 和 K_T 有幂指数峰. 在有限尺寸下, 这些峰的高度正比于 $L^{-\alpha}$, 其中 L 是晶格常数, γ 和 ν 为临界指数. 这些类似性暗示着要在有限尺寸体系中区分这两种相变是并不容易的. 在有限尺寸体系中, 在一级相变时的定容比热 C_v 对应于一个“突起”, 而在二级相变中, $C_v \propto L^{-\alpha}$, α 为临界指数.

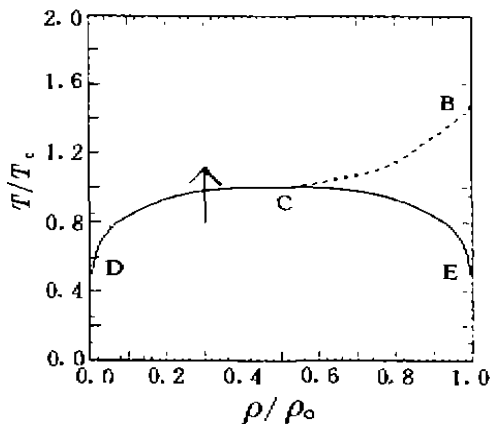


图2 三维晶格模型在热力学极限下的相图^[6]

D—C—E 线为液气共存线, C—B 为渗透线. 箭头显示了系统在中心碰撞随着束流能量的增强穿过共存线的情景.

热的临界点是在 $\rho_c = 1/2$ 和 $T_c = 1.126|e|$ (对一个无限体系而言). 在这个临界点附近, 热力学变量(液相与气相的密度差、比热、等温压缩系数)将出现临界行为 $|T - T_c|^{-\sigma}$ (二级相变). 其中 σ 是相应于伊辛(Ising)模型的指数. 临界指数的值是普适的, 即它们并不依赖于相互作用(短程的)的细节, 也不依赖于有否格点的存在. 从这个意义上说, 晶格模型选取格点代表核子和空穴并非是缺点, 相

反它相当好地符合于从正常流体发现的临界指数规律.

将图2中的 C—B 线称为 Kertész 临界线, 沿着这条线体系经历了渗透相变, 碎片质量分布变成为临界性的, 即服从幂指数率 $A^{-\tau}$ (这里 $\tau = 2.2$). 再者, 沿着这条线(但是在临界点以外)临界指数属于渗透指数系列而不是伊辛模型指数系列.

6 我们的有关工作

从晶格模型中的碎片分布出发, 可以进行一系列标志临界现象的相关信号的寻找. 图3显示了晶格模型中相变和临界行为的研究. 我们选择了中重系统 Xe 的同位素^[21], 冻结密度取约 $0.39\rho_0$. 因为此处考虑了同位旋效应, ϵ_{τ_2} 应为同位旋相关, 取 -5.33 MeV. 从图中看出, 这些量清楚地提供了有限尺寸体系发生一级相变时的信号: 质量分布或电荷分布乘幂定律 τ 参数的最小值、中等质量碎片的平均多重性 $\langle IMF \rangle$ 的最大值^[22]、信息熵 H ^[23] (Shannon 首次在信息论中引入, 代表信息的容量和无序的程度. 这里定义 $H = - \sum_i M_i \ln M_i$, 其中 M_i 为产生粒子多重性为 i 的事件几率.) 的最大值(它意味着相空间的最大开放程度和临界点的状态数目最大. 换句话说, 处在临界点的体系具有最大的涨落, 进而导致最大的无序)和碎片质量分布的二阶矩 S_2 的最大值. 所有这些现象差不多产生在同一温度点 ($T = 5.5$ MeV) 附近. 之所以在此说明相变是一级的, 是基于这样的考虑: 对一个多核子体系来说, 给它加热时, 它并没有理由把自己“调谐”到 $\rho_c = 1/2$ 的二级相变点, 这是由于在重离子碰撞中并不存在集团相和无集团相的对称性.

从图3中很容易地看出在临界点附近, 由于本身发射源的同位旋变化的跨度较小, τ 、 $\langle IMF \rangle$ 、 H 和 S_2 的同位旋依赖性不强, 这也

可能反映了对于处在临界点的同一元素的普适性. 然而在远离临界点, 上述参数和物理量表现出同位旋相关性. 因此从实验的角度

来说, 想寻找同一元素的相关性质的同位旋相关性可能是困难的.

另外, 格子模型需输入温度和冻结密度

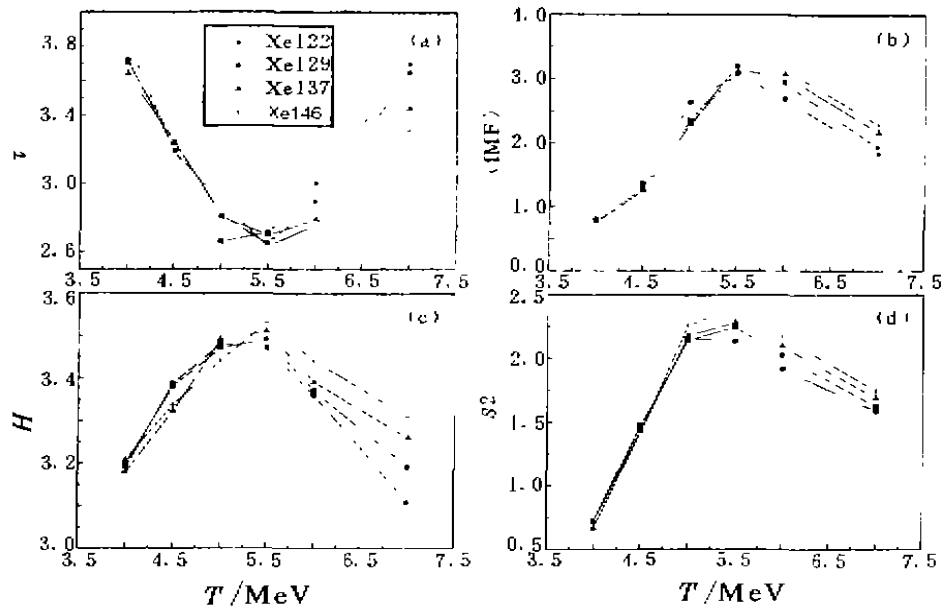


图3 中重系统 Xe 随核温度和同位旋的变化(τ , $\langle IMF \rangle$, H 和 $S2$ 的行为)

两个量. 鉴于这两者从实验上提取的困难和不确定性, 我们发现激发能(可以从目前的 4π 探测器实验上直接提取^[10])可以作为控制临界行为的基本物理量^[24]. 此结论有益于从实验和理论结合获得清楚的物理思想.

7 结束语

研究表明, 当前的格子模型对于实验数据, 特别是碎片质量分布符合得相当好. 由于该模型中包含了相互作用和动量, 具有渗

透模型中没有考虑的因素, 故可以研究碎裂体系的热力学性质, 可以方便地研究核态方程、相变和临界现象.

但是格子模型仅考虑短程力(即只考虑相邻核子间的相互作用), 因而无法把库仑力(长程力)加入到模型中. 对于质量数大的核, 库仑力将扮演较大的作用, 不再是一个微扰. 另外, 需通过在有约束的拉格朗日势加入表面效应, 而且模型中的正则系综的选取也需要重新审视.

参 考 文 献

- 1 Yang C N, Lee T D. Statistical Theory of Equations of State and Phase Transitions II Lattice Gas and Ising Model. Phys Rev, 1952, 87; 410~419
- 2 Pan J, Das Gupta S. Unified Description for the Nuclear Equation of State and Fragmentation in Heavy-ion Collisions. Phys Rev, 1995, C51; 1 384~1 392; Das Gupta S, Pan J. Lattice Gas Model for Fragmentation: From argon on scandium to gold on gold. Phys Rev, 1996, C53; 1 319~1 324
- 3 Beaulieu L, Bowman D, Fox D *et al.* Source Size of Fragment Production in Projectile Breakup. Phys Rev, 1996, C54; 973~976

- 4 Campi X, Krivine H. Cluster in Supercritical Nuclear Matter: A lattice-gas approach. *Nucl Phys*, 1997, A620; 46~54
- 5 Ray S, Shamanna J, Kuo T T S. Isospin Lattice Gas Model and Liquid-gas Phase Transition in Asymmetric Nuclear Matter. *Phys Lett*, 1997, B392; 7~12
- 6 Kertesz J, Stauffer D, Coniglio A. In Percolation Structures and Processes. Edited by Deutscher G, Zallen R, Adler J. *Annals of the Israel Physical Society*, (Hilger, Bristol,) 1983, 5; 121; Stauffer D, Aharony A. In *Introduction to Percolation Theory*, Stanley and Franciseds, London 2nd Chap 7; Bauer W. Extraction of Signals of a Phase Transition from Nuclear Multifragmentation. *Phys Rev*, 1988, C38; 1 297~1 303; Campi X. Signals of a Phase Transition in Nuclear Multifragmentation. *Phys Lett*, 1988, B208; 351~354
- 7 Das Gupta S, Pan J. Similarities between the Lattice Gas Model and Some other Models of Nuclear Multifragmentation. *Nucl Phys*, 1997, A621; 897~910
- 8 Pochodzalla J, Mohlenkamp T, Rubehn T *et al*. Probing the Nuclear Liquid-gas Phase Transition. *Phys Rev Lett*, 1995, 75; 1 040~1 043
- 9 Gilkes M L, Albergo S, Bieser F *et al*. Determination of Critical Exponents from the Multifragmentation of Gold Nuclei. *Phys Rev Lett*, 1994, 73; 1 590~1 593; Hauger J A, Warren P, Albergo S *et al*. Multifragmentation of the Remnant Produced in the Reaction of 1A GeV Gold with Carbon. *Phys Rev Lett*, 1996, 77; 764~783; Elliot J B, Gilkes M L, Hirsch A S *et al*. Scaling Behavior in very Small Percolation Lattices. *Phys Lett*, 1996, B381; 1 326~1 329
- 10 Ma Y G, Siwek A, Peter J *et al*. Surveying the Nuclear Caloric Curve. *Phys Lett*, 1997, B390; 41~48
- 11 Wu H Y, Jin G, Li Z *et al*. Temperature and Excitation Energy of Hot Nuclei in the Reaction of $^{40}\text{Ar} + ^{197}\text{Au}$ at 25 MeV/nucleon. *Nucl Phys*, 1997, A617; 385~394
- 12 Wada R, Tezkratt R, Hagel K *et al*. Excitation Energies and Temperatures of Hot Nuclei Produced in the Reactions of $^{63}\text{Cu} + ^{197}\text{Au}$ at 35.4 MeV. *Phys Rev*, 1997, C55; 227~243
- 13 Huang M J, Xi H, Lynch W G *et al*. Temperature Measurement for Central Au+Au Collisions at 35.4 MeV. *Phys Rev Lett*, 1997, 78; 1 648~1 651
- 14 Xi H, Huang M J, Lynch W G *et al*. Examining the Cooling of the Nuclei. *Phys Rev*, 1998, C57; R462~469; Xu Hongfei, Odch T, Bassini R *et al*. Breakup Temperature of Target Spectators in $^{197}\text{Au} + ^{197}\text{Au}$ Collisions at $E/A=1\ 000$ MeV. *Z Phys*, 1997, A359; 397~406
- 15 Serfling V, Schwarz C, Bassini R *et al*. Temperature of Exploding Nuclei. *Phys Rev Lett*, 1998, 80; 3 922~3 928
- 16 Mastinu P F, Belkacem M, Agorino M D *et al*. Circumstantial Evidence for Critical Behavior in Peripheral Au+Au Collisions at 35 MeV/nucleon. *Phys Rev Lett*, 1996, 76; 2 646~2 649; Milazzo P M, Vannini G, Azzano M *et al*. Temperature Measurement of Fragment Emitting Systems in Au+Au 35 MeV/nucleon Collisions. *Phys Rev*, 1998, C58; 953~963
- 17 段利敏, 王素芳, 张保国等. 25 MeV/u $^{40}\text{Ar} + ^{93}\text{Nb}$ 反应中热核的激发能和核温度. *高能物理与核物理*, 1998, 22; 780~785
- 18 Sa Benhao, Gross D H E. Finite Size Effects and Statistical Approach to Nuclear Fragmentation Process: Monte carlo simulation. *Nucl Phys*, 1985, A437; 643~668; Zhong Xiaze, Groce D H E, Xu Shuyuan *et al*. On the Decay of very Hot Nuclei. *Nucl Phys*, 1987, A461; 641~690
- 19 Bondorf J P, Borvina A S, Mishustin I N *et al*. Isotopic and Microcanonical Temperatures in Nuclear Multifragmentation. *Phys Rev*, 1998, C58; R27~R31
- 20 Sa Benhao, Zheng Yuming, Wang Hai *et al*. Disassembly of Projectile Remnants in a Simple Dynamics and Statistics Model. *Phys Rev*, 1998, C58; 1 101~1 105; Wang Fei, Sa Benhao, Zheng Yuming *et al*. *Phys Rev*, 1996, C54; 254~257; Zheng Yuming, Wang Hui, Sa Benhao *et al*. *Phys Rev*, 1998, C53; 1 868~1 872
- 21 Ma Y G, Su Q M, Shen W Q *et al*. Isospin Effects of Critical Behavior in the Lattice Gas Model. *Chin Phys Lett*, 1999, 16; 256~259
- 22 Ma Y G, Shen W Q. Onset of Multifragmentation in Intermediate Energy Light Asymmetrical Collisions. *Phys Rev*, 1995, C51; 710~715
- 23 Denbigh K G, Denbigh J S. *Entropy in Relation to Uncomplete Knowledge*. Cambridge University Press, 1985
- 24 Ma Y G, Su Q M, Shen W Q *et al*. Excitation Energy as a Basic Quantity to Control Nuclear Disassembly. *Euro Phys*, 1999, A4; 217~220

Application of Lattice Gas Model in Heavy Ion Physics

Su Qianmin¹ Ma Yugang^{1,2} Shen Wenqing¹ Wang Jiansong¹

Cai Xiangzhou¹ Fang Deqing¹

1 (*Shanghai Institute of Nuclear Research, the Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800*)

2 (*T D Lee Physics Laboratory, Fudan University, Shanghai 200433*)

Abstract The Lattice Gas Model is introduced to describe the features of phase transition and critical phenomena that take place after the collision between heavy ions at intermediate or high incident energy. New progresses in application into equation of state, phase transition and critical phenomena, and shortcomings of this model in itself are also presented.

Key words phase transition critical phenomena equation of state information entropy

Classifying number O571.6