

# 热核多重碎裂与液-气相变的新进展\*

萨本豪

1) (中国高等科学技术中心世界研究室 北京 100080)

2) (中国原子能科学研究院 北京 102413)

3) (中国科学院理论物理研究所 北京 100080)

摘要 回顾了热核研究的基本理论方法和液-气相变的研究历史,对近年有关研究的进展作了评述,指出了将来进一步研究的主要方向.

关键词 热核 多重碎裂 液-气相变 动力学模型 统计模型

分类号 O571.41

## 1 热核多重碎裂的主要理论模型

### 1.1 统计模型

用以研究热核多重碎裂的最早或最成功的模型就是统计模型,历史上出现过许多种统计模型,但现今仍然常用的有:

#### (1) 统计瞬时多碎裂模型

统计瞬时多碎裂模型(SSMM)最初是由 Berlin-Beijing 协作组于 1983 年后发展成为可实际计算,并可与实验结果相比较的模型<sup>[1, 2]</sup>,1984 年后 Copenhagen-Moscow 协作组也发展起了他们相应的模型<sup>[3]</sup>.后来分别被指为 Berlin-Beijing 模型(BBM)和 Copenhagen-Moscow 模型(CMM),文献[4]中详细地讨论了这两种模型和相应程序的同和异.

若以 BBM 为例,则 SSMM 的要点可归纳为:热核被描写成质量数和电荷数分别为  $A_h$  和  $Z_h$  (已知或视为参数),半径为  $r_h = c_r r_0 A_h^{1/3}$  ( $r_0 = 1.05$  fm,  $c_r$  为参数以考虑碎裂前的膨胀),并具有确定能量  $E_h$  (微正则系综描述时的参数)或激发能  $T_h$  (正则系综描述时的参数)的热球.

热核碎裂后的组态由完整力学数量组

$$X \equiv \{N_c, N_n, \{A_i, Z_i\}_{i=1}^{N_c}, \{\mathbf{r}_i\}_{i=1}^{N_c}, \{\mathbf{P}_i\}_{i=1}^{N_c}, \{\epsilon_i\}_{i=1}^{N_c}, \{\mathbf{r}_j\}_{j=1}^{N_n}, \{\mathbf{P}_j\}_{j=1}^{N_n}\}$$

描述.其中,  $N_c$  是核电碎块数(含质子),  $N_n$  是瞬发和蒸发中子数,  $\{A_i, Z_i\}_{i=1}^{N_c}$ 、 $\{\mathbf{r}_i\}_{i=1}^{N_c}$ 、 $\{\mathbf{P}_i\}_{i=1}^{N_c}$  和  $\{\epsilon_i\}_{i=1}^{N_c}$  分别是核电碎块的质量数和电核序列、位置、动量和内禀激发能序列,  $\{\mathbf{r}_j\}_{j=1}^{N_n}$ 、 $\{\mathbf{P}_j\}_{j=1}^{N_n}$  是中子的位置和动量序列.

热核碎裂前后的能量可表为

$$E_h^B + E_h^* = E_B + E_C + E_{in}^* + E_{kf} + E_{kn}, \quad (1)$$

$$E_B = \sum_{i=1}^{N_c} E_{B_i}, \quad (2)$$

$$E_C = \sum_{i=1}^{N_c} \frac{Z_i Z_j e^2}{|\{\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j\}|}, \quad (3)$$

$$E_{in}^* = \sum_{i=1}^{N_c} \epsilon_i, \quad (4)$$

$$E_{kf} = \sum_{i=1}^{N_c} \frac{P_i^2}{2m_i}, \quad (5)$$

$$E_{kn} = \sum_{j=1}^{N_n} \frac{P_j^2}{2m_n}; \quad (6)$$

\* 1998 - 06 - 09 收稿.

\* 国家自然科学基金与核工业基金资助项目.

其中,  $E_B$ 、 $E_C$ 、 $E_{in}^*$ 、 $E_{kf}$ 和  $E_{kn}$ 分别为碎块结合能、库仑能、内禀激发能、动能之和以及中子动能之和.

假设用蒙特卡罗方法产生的满足质量、电荷、动量和能量守恒的热核碎裂组态满足正则系综分布

$$P(X) \propto \exp\left(-\frac{E_h}{T_h}\right), \quad (7)$$

或微正则系综分布

$$P(X) \propto \delta(E_h - E_0). \quad (8)$$

热核碎裂后的核碎块若是处于激发态, 则按统计规律(如 Weisskopf 蒸发模型)退激发.

欲研究的观察量由相应算符的统计平均值计算.

### (2) 连续两体衰变模型

连续两体衰变模型的要点可归纳为<sup>[5, 6]</sup>: 热核按 Weisskopf 统计规律衰变为两核碎块; 若衰变后的碎块具有足够的激发能, 则亦衰变为两碎块.

如上反复, 直至碎块的激发能不足以再发生两体衰变为止.

### (3) 渗流模型

渗流模型(Percolation model)<sup>[7, 8]</sup>分为地址渗流模型(Site percolation)和键渗流模型(Bone percolation)两种, 现以地址渗流模型为例, 其要点可概括为: 核子被布置在地址数近似于核的质量数的简单立方点阵的地址上; 核子填在地址上的几率随时间而变; 到某特定时间(如 200 fm/c)后, 可将依然紧密相联系着的核子视为构成了核碎块.

## 1.2 动力学模型

用以研究热核多重碎裂的动力学模型是多种多样的, 但大体上可概括为两大类.

### (1) 量子分子动力学

量子分子动力学(QMD)<sup>[9, 10]</sup>的要点为: 核子随机地(如按 Woods-Saxon 分布)分布在

母核的球几何中, 而且被描写为高斯型波包, 即具有如下的坐标空间和动量空间分布

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = \frac{1}{(\pi\hbar)^3} \exp\left[-\alpha^2(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)^2\right] \exp\left[\frac{(\mathbf{P} - \mathbf{P}_0)^2}{\hbar^2\alpha^2}\right], \quad (9)$$

其中,  $\alpha \approx 0.7$ . 核子间的相互作用取为

$$V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3) = V^s + V^y + V^c, \quad (10)$$

$$V^s = t_1\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) + t_2\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_3), \quad (11)$$

$$V^y = t_3 \frac{\exp[-\mu|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|]}{\mu|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|}, \quad (12)$$

$$V^c = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|}. \quad (13)$$

于是核子在母核中的位势可由下计算

$$U(\mathbf{r}_{oi}, t) = \sum_{j,k=1, i \neq j, i \neq k, j \neq k}^A \int d\mathbf{r}_i d\mathbf{r}_j d\mathbf{r}_k d\mathbf{P}_i d\mathbf{P}_j d\mathbf{P}_k V(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \mathbf{r}_k) \cdot f(\mathbf{r}_i, \mathbf{P}_i, t) f(\mathbf{r}_j, \mathbf{P}_j, t) f(\mathbf{r}_k, \mathbf{P}_k, t). \quad (14)$$

只跟踪核子和 $\Delta$ 粒子(或者代以跟踪 $\pi$ ), 它们的轨迹由解牛顿方程

$$\frac{d\mathbf{r}_{oi}}{dt} = \frac{\mathbf{P}_{oi}}{E_i} \quad (15)$$

$$\frac{d\mathbf{P}_{oi}}{dt} = -\nabla_r U(\mathbf{r}_{oi}) \quad (16)$$

得到.

若粒子  $i$ 、 $j$  间的最小逼近距离  $d_{\min}^{ij}$  满足

$$d_{\min}^{ij} \leq \sqrt{\frac{\sigma_{\text{tot}}^{ij}}{\pi}}, \quad (17)$$

则  $i$  与  $j$  发生碰撞. 考虑的碰撞类型有弹性散射

$$NN \rightarrow NN, N\Delta \rightarrow N\Delta \text{ 和 } \Delta\Delta \rightarrow \Delta\Delta;$$

和非弹性散射

$$NN \rightarrow N\Delta \text{ 和 } N\Delta \rightarrow NN.$$

由于 Pauli 阻塞效应,  $i$  与  $j$  碰撞发生的几率又由

$$P = (1 - P_i)(1 - P_j) \quad (18)$$

决定, 其中  $P_i$  ( $P_j$  亦然) 是碰撞粒子  $i$  末态占有率, 可由下式计算

$$P_i = \frac{1}{(\pi h)^3} \sum_{k=1, k \neq i}^{A_p + A_T} \int_{\Omega_i} d\mathbf{r}_i d\mathbf{P}_i \cdot \exp[-\alpha^2(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{0k})^2] \cdot \exp\left[\frac{(\mathbf{P}_i - \mathbf{P}_{0k})^2}{h^2 \alpha^2}\right]. \quad (19)$$

它表示: 在  $i$  粒子散射后, 态附近  $h^3$  的相空间被其它粒子占有的几率.

每隔一定时间 (如 15 fm/c) 和临结束模拟前作一次成团判断. 任何粒子集合, 只要其中任何 1 个粒子可由其它 1 个粒子径由最小的跳跃 (如 3 fm 的跳跃) 而达到, 该组合即定义为核碎块. 此种成团判据叫 Minimum spanning tree (MST).

后来 QMD 发展了许多改进型, 如反对称化的量子分子动力 (AQMD), 考虑了同位旋自由度的量子分子动力学 (IQMD), 以及中科院近代物理所的推广的量子分子动力学等.

## (2) BUU 方案

从实际的蒙特卡罗实现角度来看, BUU 方案<sup>[11]</sup>和 QMD 的主要不同在于: BUU 中, 单粒子分布函数不是 (9) 式的双高斯分布, 而是

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) \sim \sum_i \delta[\mathbf{r} - \mathbf{r}_i(t)] \delta[\mathbf{P} - \mathbf{P}_i(t)]; \quad (20)$$

因而 BUU 中, 采用试探粒子的办法——1 个真实粒子用若干个 (如 100 个) 试探粒子来代表, 以提高统计性.

BUU 中, 核子在母核中的位势参数化为

$$U(\rho) = A \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right) + B \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^\sigma, \quad (21)$$

其中,  $\sigma > 1$ ,  $A$  是吸收项,  $B$  是排斥项,  $\rho$  为

核密度,  $\rho_0 = 0.16 \text{ fm}^{-3}$  是正常核密度. 后来又逐渐加进动量有关项等.

## 1.3 动力学和统计混合模型

动力学和统计混合模型是建立在实验事实即热核碎裂主要是统计行为之上的. 它的基本思想是: 中能核-核碰撞从开始到热核形成阶段用动力学方法描写, 而从热核的碎裂到末态产物阶段用统计办法描述.

动力学加统计模型显然又可分为 QMD 加统计、BUU 加统计和简单动力学与统计模型. 在 QMD 加统计做法中<sup>[12]</sup>, 首先用 QMD 模拟核-核碰撞到一定时刻 (如 200 fm/c), 再以此时确定的热核的质量数、电荷数和激发能 ( $A_h$ 、 $Z_h$  和  $E_h^*$ ) 代入 SSMM (BBM 或 CMM), 而计算得到反应末态产物及其各种分布.

BUU 加统计<sup>[13]</sup>的做法与 QMD 加统计相类似, 不再赘述. 以下只例出简单动力学和统计模型 (SDSM)<sup>[14]</sup>的要点.

美国 Berkeley 和德国 GSI 的中能核-核碰撞实验都表明: 在这类反应中, 弹核和靶核的参加者核子构成 1 个火球 (中心区), 它具有较高温度  $T$ , 其核密度  $\rho > \rho_0$ ; 弹核和靶核旁观者核子则分别构成弹剩余核和靶剩余核 (也都是热核), 它们只有轻微的激发而且继续以原有的速度运动. 因此在 SDSM 中假设弹剩余核、靶剩余核和中心火球的质量数如下计算

$$\left. \begin{aligned} A_p &= A_p - N_p \\ A_t &= A_t - N_t \\ A_c &= N_p + N_t \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

其中,  $A_p$  ( $A_t$ ) 是弹 (靶) 核质量数,  $A_p$  ( $A_t$ ) 是弹 (靶) 剩余核质量数,  $A_c$  是中心火球质量数;  $N_p$  ( $N_t$ ) 是弹靶核参加者核子数, 它如下计算

$$N_p(b) = \rho_0 \int dV \theta \{ R_p - [x^2 + (b - y)^2 + z^2]^{1/2} \} \cdot$$

$$\theta[R_T - (x^2 + y^2)^{1/2}], \quad (23)$$

其中,  $R_P$  ( $R_T$ ) 是弹(靶)核半径,  $b$  是碰撞参数,  $\theta$  是阶梯函数. 于是只要假设  $Z_p/A_p \simeq Z_P/A_P$ , 则可得到弹剩余核、靶剩余核和中心火球的质量数和电荷数:  $(A_p, Z_p)$ 、 $(A_t, Z_t)$  和  $(A_c, Z_c)$ .

再假设弹剩余核的核子以入射核子动量运动, 中心火球核子均摊弹核参加者核子携带到中心火球的动量; 那么根据能动量守恒可求得沉积于反应系统( $A_p$ ,  $A_t$  和  $A_c$ ) 的有效能量, 即

$$E_{\text{avai}} = N_P \left\{ E_P - \left[ E_P^2 - m_n^2 + \left( \frac{A_c}{N_P} m_n \right)^2 \right]^{1/2} \right\} + N_T m_n + Q, \quad (24)$$

式中,  $m_n$  为核子质量,  $E_P = E_{\text{in}} + m_n$  为弹核子总能量, 而  $E_{\text{in}}$  为每核子入射能量,  $Q$  为反应能.

上述有效能量在  $A_p$ 、 $A_t$  和  $A_c$  间以各自的权重分摊;  $A_p$  分摊得的能量为

$$E_p = f_p \frac{A_p}{A_p + A_T} E_{\text{avai}}, \quad (25)$$

其中,  $f_p$  为弹剩余核的权重因子. 只是  $E_p$  的一部分 ( $C_p E_p$ ) 演化为弹剩余核的激发能  $E_p^*$ , 其余部分则消耗于趋向热平衡的过程中, 所以弹剩余核的每核子激发能为

$$\epsilon_p^* = \frac{E_p^*}{A_p} = C_p^f \frac{E_{\text{avai}}}{A_p + A_T}, \quad (26)$$

式中,  $C_p^f = C_p \times f_p$ .

将以上得到的弹剩余核的质量数、电荷数和激发能 ( $A_p$ ,  $Z_p$  和  $\epsilon_p^*$ ) 代入 BBM (或 CMM), 就可计算得到弹剩余核碎裂后的末态产物, 以与实验比较.

## 2 核液-气相变的研究历史

由于核的相互作用具有短程排斥和长程吸引的特点, 它类似于分子动力学中的 Van

der Waals 力, 因此核系统具有类似于水的状态方程, 和水类似核系统也会呈现液-气相变. 最初是在无限核物质中研究液-气相变, 后来才逐渐发展到有限核.

### 2.1 核物质中液-气相变的研究

核物质液-气相变的研究最初是用 Skyrme 有效相互作用和有限温度 Hartree-Fock (HF) 理论探讨核物质碎裂成核碎块过程与液体经相变而变为气体过程的相似性. 早期的结果<sup>[15,17]</sup>是:

$$\text{临界温度 } T_c \geq 20 \text{ MeV} \quad (27)$$

$$\text{临界密度 } \rho_c \sim 0.5 \rho_0. \quad (28)$$

### 2.2 有限核的幂数率和临界指数

根据统计物理中的 Fisher 理论<sup>[18]</sup>知: 真实气体在临界点凝聚为集团服从幂数率, 幂指数约界于 2 和 3 之间.

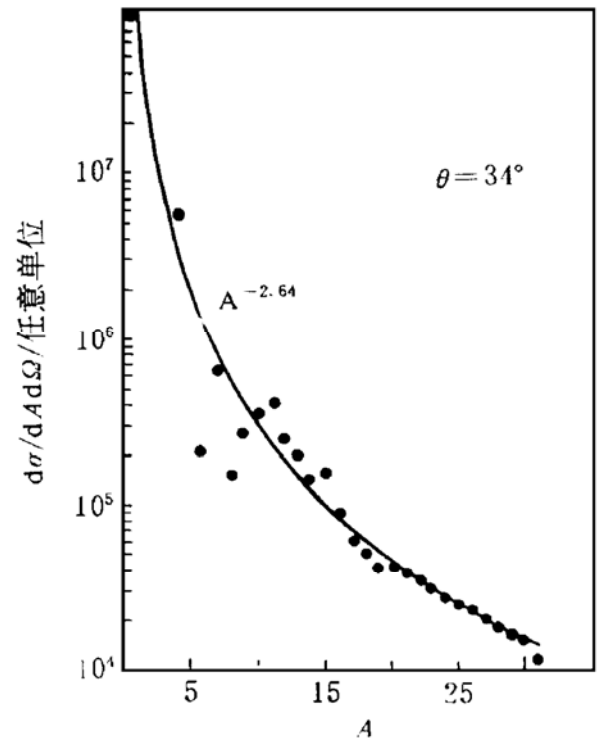


图1  $(30 \leq E_p \leq 300 \text{ MeV}) p + \text{Xe} \rightarrow A_f + X$  反应中  $A_f$  的分布

后来, 果然在  $E_p \geq 30 \text{ GeV}$  的  $p + \text{Xe}$  和  $p + \text{Kr}$  的实验<sup>[19, 20]</sup>中发现: 末态核碎块的质量分布满足幂数率, 幂指数为 2.64, 如图 1 所

示.

### 2.3 热核碎裂中热容量与温度的关系

热核 $^{238}\text{U}^*$  碎裂中热容量  $C_v$  对温度  $T$  曲线的峰结构<sup>[1]</sup>, 如图2所示. 当时此峰结构即被辨认为液-气相变的呈现.

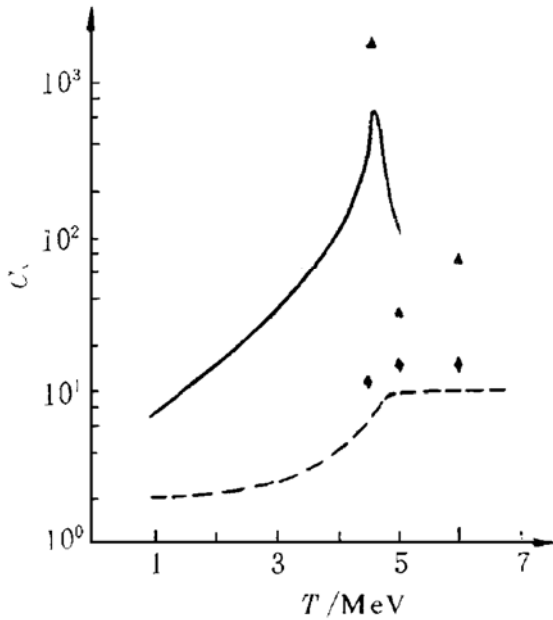


图2 热核 $^{238}\text{U}^*$  碎裂中热容量  $C_v$  对温度  $T$  曲线的峰结构

### 2.4 热核碎裂中温度对每核子的激发能 $\epsilon^*$ 曲线(热曲线)的回弯(平台)结构

最初是在对理想热核( $A=100, Z=50$ ) 碎裂的理论研究<sup>[3]</sup>中发现了这一现象, 如图3所示. 后来在 $^{131}\text{Xe}^*$  的理论碎裂中也看到了同样的现象<sup>[21]</sup>如图4所示. 文献<sup>[21]</sup>中, 除在 $T \approx 5$  MeV 发现有回弯现象外, 在 $T \approx 6$  MeV 还发现有另1个回弯. 为研究温度回弯现象背后的物理机制, 文献<sup>[21]</sup>中还引进参考碎块质量数  $A_r \leq A_h/10$ , 并据其定义热核的衰变模式: 类蒸发模式是指衰变后的末态中只存1块( $A_f \geq A_r$ )碎块, 其余都是小碎块的事件, 双裂变模式指只有2块( $A_{f1}, A_{f2} \geq A_r$ )大碎块的事件, 多重碎裂模式指有3块以上( $A_{f1}, A_{f2}, A_{f3} \geq A_r$ )的事件, 而气泡化模式则指由中子、质子和  $\alpha$  粒子等小碎块构成的事件. 在对热核的衰变作了衰变模式分析后文

献<sup>[21]</sup>中指出:  $T \approx 5$  MeV 的回弯对应于热核主要由类蒸发模式衰变到主要由双裂变裂模式衰变的转换, 而  $T \approx 6$  MeV 的回弯结构则对应于由双裂变模式到多重碎裂模式的转变. 热核碎裂中热曲线的上述回弯(平台)结构被普遍认定为是热核液-气相变的证据.

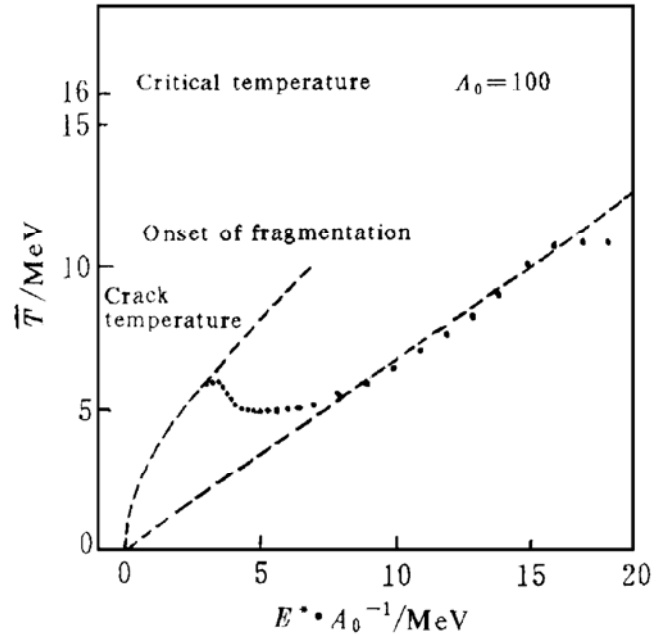


图3 理想热核( $A=100, Z=50$ ) 理论碎裂中的热曲线  
 • 蒙特卡罗计算, — 复合核,  
 --- 自由核子气体.

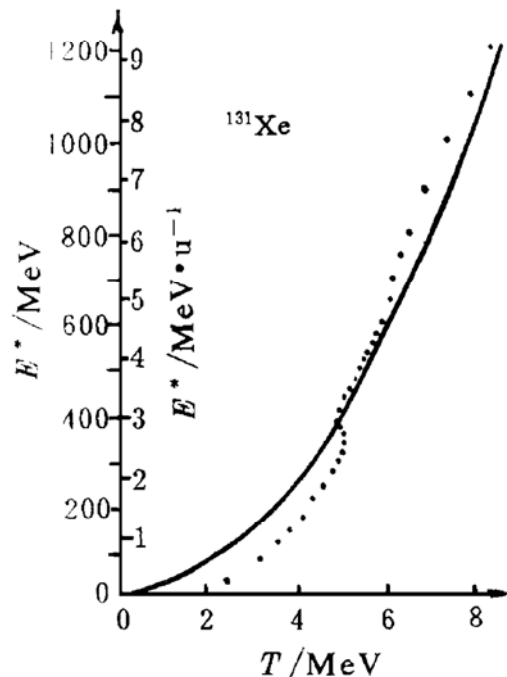


图4 热核 $^{131}\text{Xe}^*$  理论碎裂中的热曲线  
 —  $E^* = T^2 \cdot A / 8$ , ... 计算值.

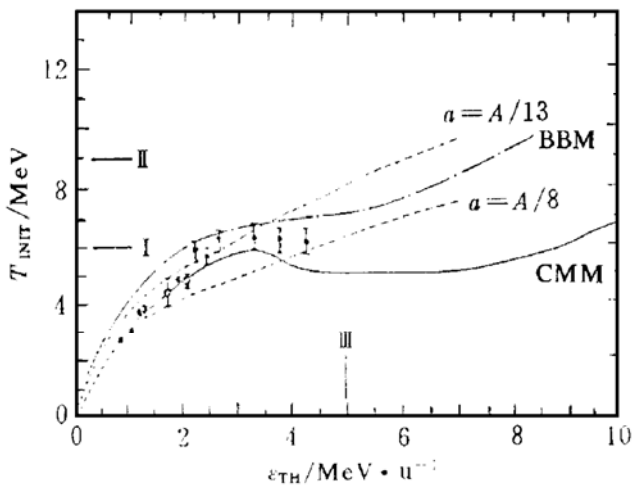


图5 热核热曲线平台结构的初步结果

•  $^{14}\text{N}+^{154}\text{Sm}$ ,  $\circ$   $^{20}\text{N}+^{165}\text{Ho}$ ,  
 $\square$   $^{32}\text{S}+\text{Ag}$ ,  $\nabla$   $^{16}\text{O}+\text{Ag}$ .

热核曲线中呈现的液-气相变的迹象早已获初步实验结果的证实<sup>[22,23]</sup>, 如图5所示.

### 2.5 新近热核液-气相变的实验结果

最近有关热核液-气相变的一个最重要的结果是德国 GSI 的 ALADIN 协作组在 600

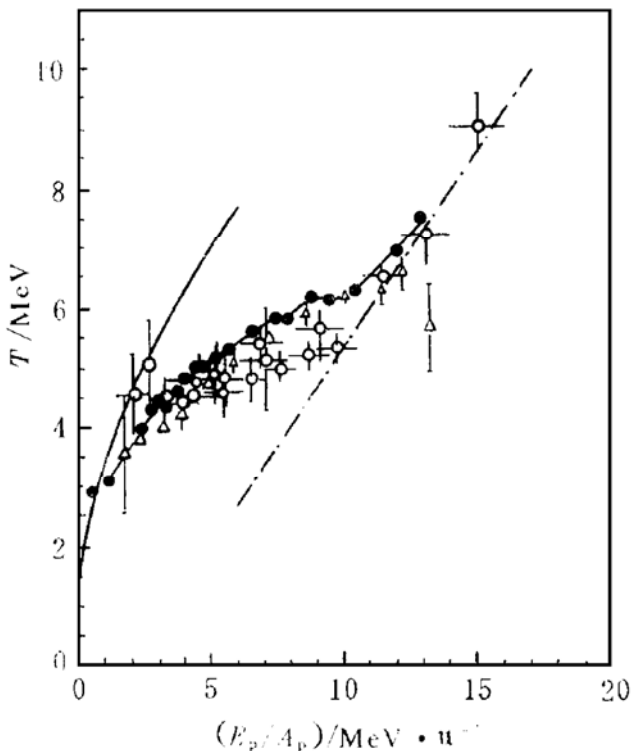


图6 热核热曲线实验结果间及其与理论结果间的比较

$\circ$  600 MeV/u Au+Au 实验,  $\bullet$  SDSM (Au+Au),  $\Delta$  1 GeV/u Au+C 实验.

MeV/u Au+Au 反应中观测到的热曲线的平台结构, 如图6中空心圆点所示. 由图6可见, 在每核子激发能为  $2 \sim 10$  MeV 的间隔内空心圆点在误差范围内呈现一个温度平台<sup>[24]</sup>.

另一个重要的且与 ALADIN 结果相克的结果是美国 Fermi 实验室与 Perdu 大学的 EOS 协作组在 1 GeV/u Au+C 反应中测得的热曲线, 如图6中空三角所示. 它们并不呈现有平台结构<sup>[25]</sup>.

另外, INDRA 协作组<sup>[26]</sup>和 FOPI 协作组<sup>[27]</sup>在热核热曲线实验研究方面也作出了重要的贡献.

### 2.6 热核温度和激发能的实验提取

提取热核温度的实验方法主要有3种

(1) 能谱法 它是通过用 Boltzman 分布来拟合发射粒子能谱的高能尾端而提取发射源——热核的表观温度  $T_{app}$ , 提取的  $T_{app} \geq 20$  MeV.

(2) 同位素对双产额比法 在化学平衡和热平衡假设下, 同位素1和2以及3和4产额比的比值  $R$  可表示为

$$R = \frac{Y_1}{Y_2} / \frac{Y_3}{Y_4} = a \cdot \exp \frac{(B_1 - B_2) - (B_3 - B_4)}{T}, \quad (29)$$

式中,  $B_i$  是  $i$  种同位素的结合能,  $a$  是与同位素质量及自旋有关的常数. 由(29)式可见, 双同位素对结合能差之差越大, 提取得到的温度越可靠.

(3) 激发态布居法 除了化学平衡和热平衡外, 若假设同位素激发态分布也达到平衡, 那么某同位素低激发态  $l$  和更高激发态  $u$  的产额比可表为

$$R = \frac{2j_u + 1}{2j_l + 1} \exp \left( - \frac{\Delta E}{T} \right), \quad (30)$$

式中,  $j_l$  ( $j_u$ ) 是较低(较高)激发态的自旋,  $\Delta E = E_u - E_l$ .

一般认为, 由能谱法提取的温度偏高,

而后两者提取的温度在仔细考虑了退激发修正后相近.

热核激发能主要从热核碎裂前后总能量相等中抽取

$$E_p = \left[ \left\langle \sum_i m_i \right\rangle + \left\langle \sum_i K_i \right\rangle \right] - \left[ \left\langle m_p \right\rangle + \left\langle K_p \right\rangle \right], \quad (31)$$

式中,  $m_i(K_i)$  是第  $i$  碎块的质量(动能),  $m_p(K_p)$  是热核(这里指弹剩核)的质量(动能). 正如前面指出, 实际上只是  $E_p$  的一部分转化为热核的激发能, 另一部分则消耗于趋向热平衡过程中. 实验提取热核激发能时, 必须考虑到这点.

### 3 热核多重碎裂与液-气相变研究的新结果

#### 3.1 统计模型

##### (1) 统计运动学途径

文献[28]提出的统计运动学途径是从由核子构成的热化的类气体系统出发, 用前面

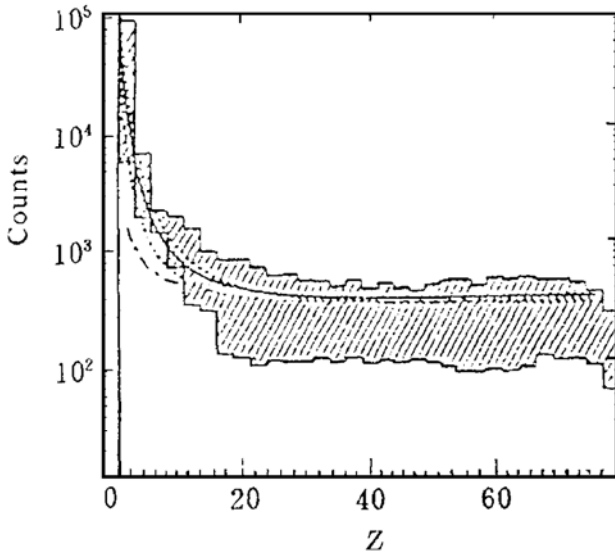


图7 600 MeV/u Au 轰击原子核的 ALADIN 累计碎块电荷分布及其与统计运动学途径计算结果间的比较

— Classic 结果, ... Fisher 结果, - - - Coulomb 结果.

提到的 Fisher 理论研究此真实气体如何凝聚成集团新相. 由 Fisher 理论可以得到集团大

小服从 Boltzmann 分布

$$f_0(R) = I_0 \exp\left(-\frac{F(R)}{T}\right), \quad (32)$$

式中,  $R$  指集团大小,  $F(R)$  是由含温度的 Myers-Swiatecki 公式计算得到的集团相的自由能.

集团相的时间发展作为蒸发和凝聚过程由 Fokker-Planck 方程描述. 用这种途径计算得到的核物质碎裂后的碎块电荷分布及其与 600 MeV/u Au 轰击各种原子核的 ALADIN 累计碎快电荷分布(图中的阴影)的比较如图7所示.

##### (2) 量子统计热力学

文献[29]在量子统计热力学中考虑的是质子数为  $Z_0$  和中子数为  $N_0$ , 并在温度  $T$  和密度  $\rho$  (或体积  $V$ ) 下达到化学和热平衡核系

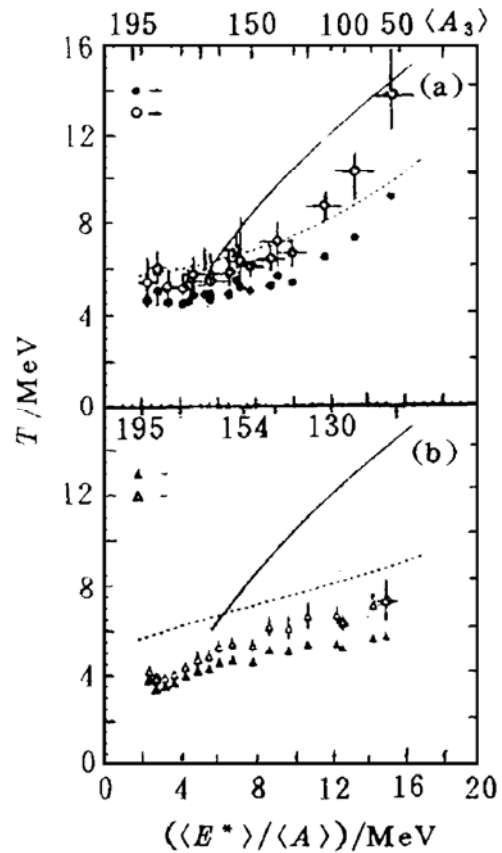


图8 量子统计热力学的热曲线与实验结果的比较

(a) • ALADIN 结果<sup>[1]</sup>, ◦ ALADIN 数据+方程(16); (b) ▲ EOS 结果<sup>[2]</sup>, △ EOS 数据+方程(16).

统的碎裂. 假设碎裂后的组态是  $N_p$  个质子、 $N_n$  个中子、 $N_d$  个氘核、 $N_h$  个  $^3\text{He}$ 、 $N_i$  个氦、 $N_\alpha$  个  $\alpha$  粒子和  $N_{Z_i, N_i}$  个重的电荷数与质量数为  $(Z_i, N_i)$  的第  $i$  集团,  $N_i$  重至 19 而且集团(碎块)的每一激发态都视为不同的集团.

根据量子统计力学可以求得各个集团的数目, 进而可计算分别与 ALADIN 协作组及 EOS 协作组提取热核温度所用的同位素双产额比相应的理论双产额比值, 而后再由 (29) 式得到相应的温度. 此理论温度与相应的 ALADIN 和 EOS 温度的比较给在图 8 中.

(3) 正则系综模型

文献 [30] 中用正则系综模型<sup>[31]</sup> 计算重离子反应中形成的均匀热化系统的激发能  $E^*$ , 它有极限性质, 即费米液体极限

$$E^*(T \rightarrow 0) \sim \frac{T^2}{\epsilon_0}$$

和理想气体极限

$$E^*(T \rightarrow \infty) \sim \frac{3}{2}T.$$

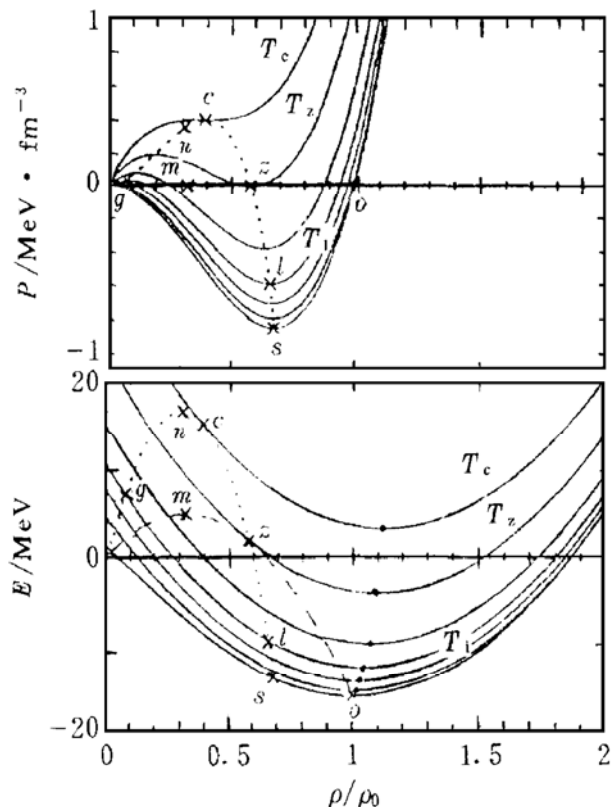


图 9 热核状态方程的图示

显然, 上述热化系统(热化剩余核)的激发能  $E_i^*$  和温度  $T_i$  分别满足

$$0 \leq E_i^* \leq E_{\text{beam}} \text{ 和 } 0 \leq T_i \leq T_{\text{max}},$$

其中,  $E_{\text{beam}}$  为束流能量,  $T_{\text{max}}$  为能量为  $E = E^* - a_B$  ( $a_B$  是零温下剩余核的结合能) 的热化剩余核所能达到的最高温度,  $T_{\text{max}}$  可由热化剩余核的状态方程(见图 9)得到.

于是, ALADIN 热曲线可用  $A=50$  的  $T_i$  介于  $0 \leq T_i \leq 2 \text{ MeV}$  和  $a_B = \epsilon_0 = 10 \text{ MeV}$  的理论热曲线的叠加来描述; 而 EOS 热曲线则与  $A=110$  的  $T_i$  介于  $0 \leq T_i \leq 8 \text{ MeV}$  和  $a_B = \epsilon_0 = 6 \text{ MeV}$  的理论热曲线可相比较, 如图 10 所示.

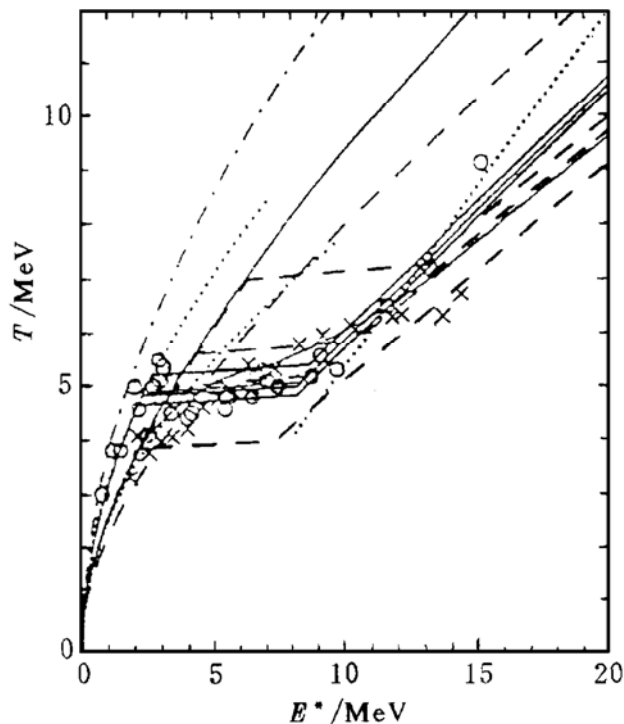


图 10 ALADIN 和 EOS 热曲线与正则系综模型相应结果的比较

(4) 有限温度 Thomas-Fermi 理论

在有限温度 Thomas-Fermi 理论<sup>[32]</sup> 中, 在冻结时刻, 热核的热力学势表示为

$$G = E - TS - \mu_n N_0 - \mu_p Z_0 + P_0 \Omega. \tag{33}$$

此热力学势与一般的不同在于右端的最后一项  $P_0 \Omega$ , 是为模拟集体径向流而引入的<sup>[33]</sup>;



其中,  $P_0$  表示外负压力常数,  $\Omega$  表示体积

$$\Omega = \frac{4}{3}\pi R_u^3, \quad R_u = \left(\frac{5}{3}\langle R^2 \rangle\right)^{1.5}. \quad (34)$$

在此理论中, 核相互作用是取 Seyler-Blanchard 型动量及密度有关的有限程两体有效相互作用以及直接和交换的库仑力. 于是, 在 Thomas-Fermi 近似下, 取热力学势的极小就可得到热核激发能  $E^*/A$ .

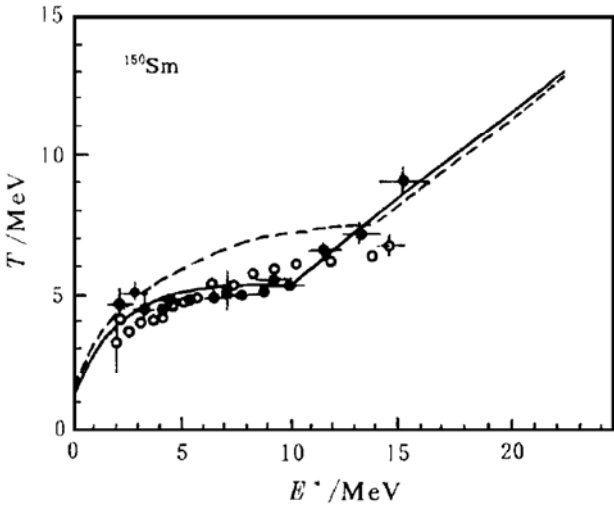


图11 热核 $^{150}\text{Sm}^*$ 的理论热曲线与 ALADIN 热曲线比较

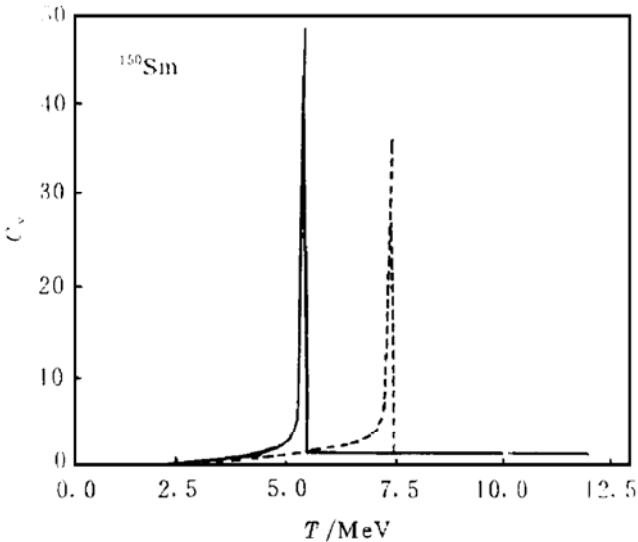


图12 热核 $^{150}\text{Sm}^*$ 的热容量对温度的曲线

图11~13分别给出了用此理论对热核 $^{150}\text{Sm}^*$ 算得的热曲线以及热容量和质子的均方根半径作为温度的函数. 图中点线、虚线和实线分别是  $P_0=0.00$ 、 $-0.05$ 和 $-0.10$ 的结果. 由图11可见, 实线与 ALADIN 热曲线符合很好.

文献[32]又就 ALADIN 数据所跨的热核质量范围, 逐一按质量分别计算了其热曲线. 结果是所有这些热曲线在  $T$  相差 0.2 MeV 范围内互相类似.

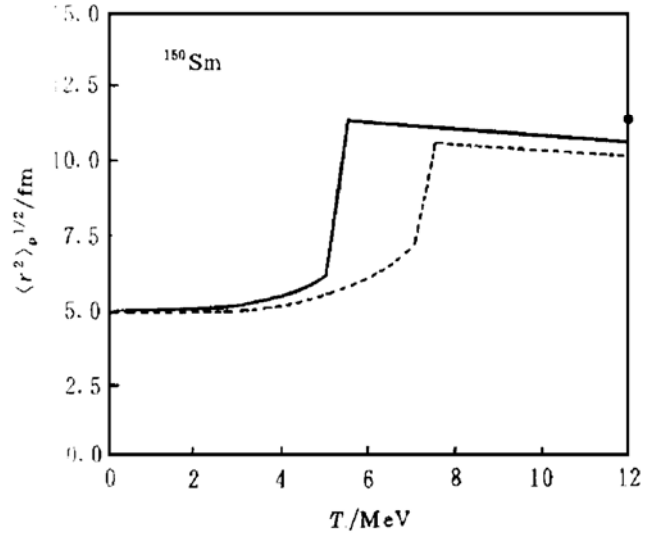


图13 热核 $^{150}\text{Sm}^*$ 的质子均方根半径作为温度的函数

### (5)热曲线中与条件矩的联系

文献[34]用统计瞬时多碎裂模型(SS-MM)计算热核 $^{197}\text{Au}$ 的碎裂, 激发能和核密度视为参数. 核密度为  $\rho=\rho_0/3$ 、 $\rho=\rho_0/6$ 和  $\rho=\rho_0/10$ 的热曲线互相差别不大, 但以  $\rho=\rho_0/3$ 的热曲线呈现的回弯结构最清晰. 同时, 还论述了计算的碎块电荷分布的二阶条件矩  $M_2$ 和二阶以下条件矩比值  $\gamma_2$ 作为温度和激发能的函数, 以及碎块最大电荷与  $M_2$ 间的关联. 所有上述曲线的峰都出现在与热曲线的平台(回弯)相应的地方, 从而印证了热曲线平台作为液-气相变的特征. 不过文献[35]早已指出: 条件矩曲线的峰结构并不必然与相变或临界现象相联系.

## 3.2 动力学模型

### (1)费米分子动力学

费米分子动力学(FMD)是文献[36]中建议的, FMD 研究的是热核系统与参考系统(热源)间的耦合, 并从通常热力学关系写出此耦合系统的热力学关系. 此热力学关系的时间发展则由 FMD 描写. FMD 与 QMD 的

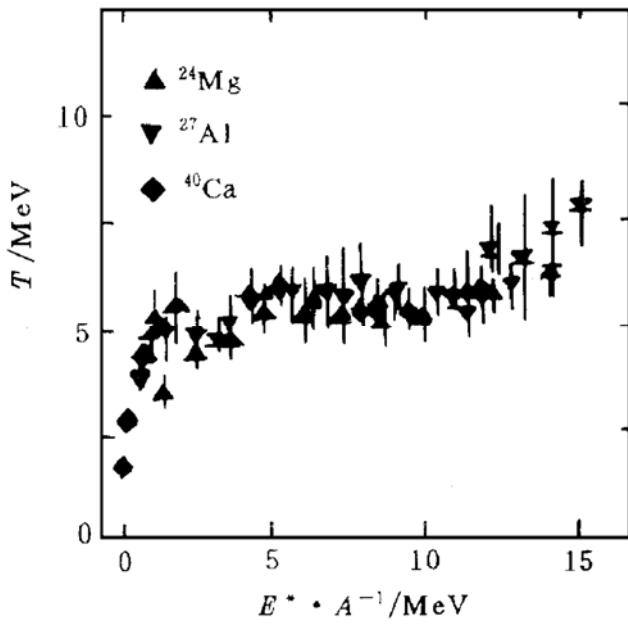


图14 费米子动力学中热核<sup>24</sup>Mg、<sup>27</sup>Al 和<sup>40</sup>Ca 的热曲线

不同在于：FMD 中，用了反对称化波函数并包括有外场。外场即蒸发的核子(气泡、Vapour)，它与核系统中的液滴处于热平衡。

假设到  $t$  时刻，核系统与热源达到热平衡，那么由热源能量的时间平均值可得到热核(核系统)的温度  $T$  和激发能  $E^*/A$ ，进

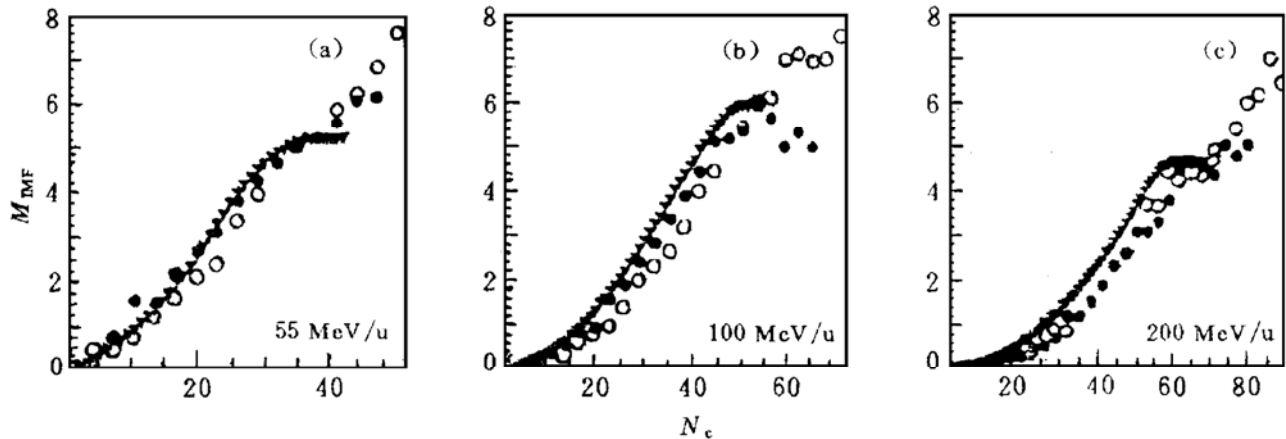


图15 Kr+Au 反应中等质量碎片的多重数分布  
▼ 实验值, • Filtered QMD, ◦ QMD.

不过此改进的 QMD 能否再现图17和图18所示的  $\langle M_{IMF} \rangle$  与  $Z_{bound}$  ( $Z_f \geq 2$  的碎片的总电荷数)间关联曲线与入射能量以及靶核无关的 ALADIN 数据<sup>[39]</sup>还是一个严重的考验。

### 3.3 动力学和统计混合模型

前面提到的简单动力学和统计模型

而得到热曲线. 图14给出热核<sup>24</sup>Mg、<sup>27</sup>Al 和<sup>40</sup>Ca 热曲线, 它们与 ALADIN 热曲线相似.

#### (2)改进的 QMD

改进的 QMD 有多种, 这里只介绍文献 [37,38]中所给出的改进的 QMD. 其改进主要在于判断碎块形成的办法由原来的 MST 办法改为所谓的早期成团判断法(ECRA); 另外还要求热核碎裂后的组态具有最大的结合能  $\sum_k \xi_k$ , 而第  $k$  碎块的结合能为

$$\xi_k = \frac{1}{N_f} \left[ \sum_{i=1}^{N_f} \frac{(\mathbf{P}_i - \mathbf{P}_{cm})^2}{2m_n} + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j}^{N_f} V_{ij} \right]_k, \quad (35)$$

上式中若  $N_f \geq 3$ , 则  $\xi_k < -0.4$  MeV; 否则  $\xi_k = 0$  (即若  $N_f \leq 2$ ). (35)式中  $N_f$  是  $k$  碎块中的核子数. 此种改进的 QMD 能再现中等质量碎片的多重数分布, 如图15所示. 另外,  $\langle M_{IMF} \rangle$  与  $\langle b \rangle$  间以及  $\langle Z_{max} \rangle$  与  $\langle b \rangle$  间关联的 ALADIN 数据也能得到再现, 如图16所示.

(SDSM)曾用以计算600 MeV/u Au+Au 反应中弹剩余核的碎裂, 所得到的热曲线见图6中的实心点. 在实验误差范围内, 它们既与 ALADIN 热曲线(图6中空心点)可比较, 又与 EOS 热曲线(图6中的空三角点)可比较. 在实验提取温度和激发能的方法还有待进一

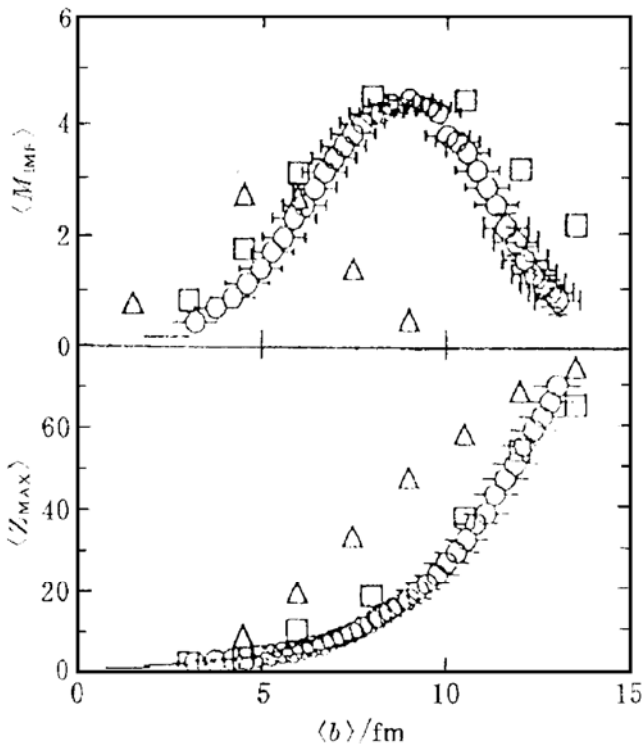


图16 600 MeV/u Au+Au 反应中  $\langle M_{IMF} \rangle$  与  $\langle b \rangle$  间以及  $\langle Z_{max} \rangle$  与  $\langle b \rangle$  间的关联曲线  
 ◦ Data, ◻ QMD(SACA), ◻ QMD(MST).

温度的函数. 理论预言的热曲线在每核子激发能为 3~8 MeV 内温度保持在 5~6 MeV, 热容量对温度的函数在温度为 6~6.5 MeV 内有峰结构.

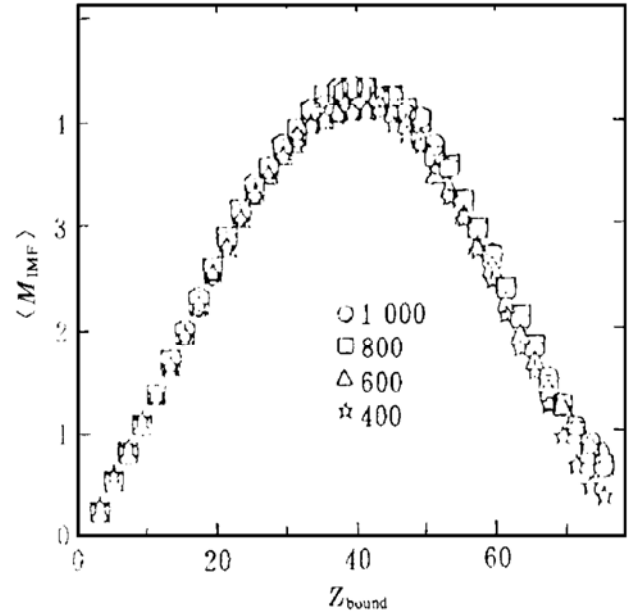


图18 不同能量 Au+Au 反应中  $\langle M_{IMF} \rangle$  与  $Z_{bound}$  间的关联曲线

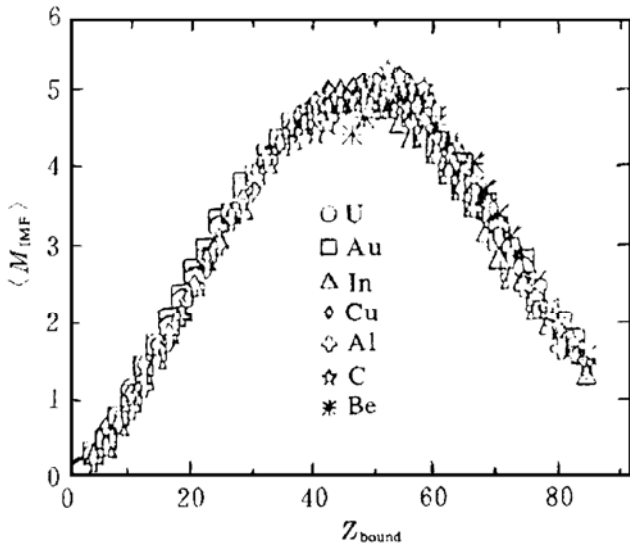


图17 1 000 MeV/u U+X 反应中  $\langle M_{IMF} \rangle$  与  $Z_{bound}$  间的关联曲线

步完善的今天, 在详细比较 ALADIN 和 EOS 实验细节之前, 过份渲染 ALADIN 热曲线与 EOS 热曲线在每核子激发能为 2~10 MeV 范围内的不同, 以及这种不同反映着断续相变和连续相变等, 似乎没太大的必要.

文献[40]也用类似的简单动力学和统计的办法研究 25~130 MeV/u Au+Au 反应中, 中心火球碎裂时的热曲线和热容量作为

#### 4 进一步研究的主要方向

多重碎裂的机制值得进一步研究. 它究竟是象玻璃摔到地下而粉碎那样, 或者说象石头从高高位置往下摔而成为小石块那样? 它是相空间涨落的结果, 或者是一种动力学涨落? 如密度涨落.

另一个值得进一步研究的问题是究竟热核碎裂前是否达到热平衡? 目前多数实验结果倾向于肯定回答, 而多数理论结果则相反. 不过, 有说服力的理论结果应该是先能解释实验的末态产物分布, 再来讨论热化问题.

从实验和理论两方面都要进一步致力于更精确地提取和定义热核的激发能和温度, 这是最根本的问题, 否则热曲线及其液-气相变的特征都要成为无稽之谈.

即便假设 ALADIN 和 EOS 的热曲线都是正确的, 要回答它们是否真的是液-气相变的象征, 还须研究热曲线与热核质量的依赖关系, 因为 ALADIN 或 EOS 热曲线上的不

同点都对应着不同质量数的热核. 显然, 相变只能在同一热核但不同激发状态的系综中研究, 而不能在不同热核的系综中研究.

### 参 考 文 献

- 1 Sa Benhao, Gross D H E. Finite-size Effects and Statistical Approach to Nuclear Fragmentation Processes; Monte Carlo Simulation. Nucl Phys, 1985, A437: 643~668
- 2 Zhang Xiaoze, Gross D H E, Xu Shuyan *et al.* On the Decay of very Hot Nuclei; (I) Canonical Metropolis Sampling of Multifragmentation. Nucl Phys, 1987, A461: 641~667; Zhang Xiaoze, Gross D H E, Xu Shuyan *et al.* On the Decay of very Hot Nuclei; (II) Microcanonical Metropolis Sampling of Multifragmentation. Nucl Phys, 1987, A461: 668~690
- 3 Bondorf J P, Donangelo R, Mishustin I N *et al.* Statistical Multifragmentation of Nuclei; (I) Formation of the Model. Nucl Phys, 1985, A443: 321~347; Bondorf J P, Donangelo R, Mishustin I N *et al.* Statistical Multifragmentation of Nuclei; (II) Application of the Model to Finite Nuclei Disassembly. Nucl Phys, 1985, A444: 460~476; Barz H W, Bondorf J P, Donangel R *et al.* Statistical Multifragmentation of Nuclei ;(III) Decay of the Fragments. Nucl Phys, 1986, A448: 753~763
- 4 Gross D H E, Sneppen K. Statistical Multifragmentation: Comparison of Two Quite Successful Models. Nucl Phys, 1994, A567: 317~328
- 5 Charity R J, McMahan M A, Wozniak G J *et al.* Systematics of Complex Fragment Emission in Niobium-induced Reactions. Nucl Phys, 1988, A483: 371~405
- 6 Friedman W A. Rapid Massive Cluster Formation. Phys Rev, 1990, C42: 667~673
- 7 Biro T S, Knoll J, Richert J. Percolation in Finite Space: A Picture of Nuclear Fragmentation? Nucl Phys, 1986, A459: 692~710
- 8 Jaqaman H R, Papp G, Gross D H E. Percolation versus Microcanonical Fragmentation-comparison of Fragment Size Distribution-where is the Liquid-gas Transition in Nuclei? Nucl Phys, 1990, A514: 327~338
- 9 Aichelin J. Quantum Molecular Dynamics—A dynamical Microscopic n-body Approach to Investigate Fragment Formations and the Nuclear Equation of State in Heavy Ion Collisions. Phys Rep, 1991, 202: 233
- 10 Sa Benhao, Wang Ruihong, Zhang Xiaoze *et al.* Thermal Equilibrium of the Nuclear System in the  $^{40}\text{Ca}$  (35 MeV/u) +  $^{40}\text{Ca}$  Reaction. Phys Rev, 1994, C50: 2614~2617
- 11 Bertsch G F, Gupta S Das. A Guide to Microscopic Models for Intermediate Energy Heavy Ion Collisions. Phys Rep, 1988, 160: 189~233
- 12 Hagel K, Gonin M, Wada R *et al.* Multifragmentation of  $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$ . Phys Rev Lett, 1992, 69: 2141~2144; Tsang M B, Hsi W C, Lynch W G *et al.* Onset of Nuclear Vaporization in  $^{197}\text{Au} + ^{197}\text{Au}$  Collisions. Phys Rev Lett, 1993, 71: 1502~1505
- 13 Li Baoan, DeAngelis A B, Gross D H E. Statistical Model Analysis of ALADIN Multifragmentation Data. Phys Lett, 1993, B303: 225~229
- 14 Wang Hui, Zheng Yuming, Sa Benhao *et al.* Incomplete-fusion-fragmentation Model and Nuclear Liquid-gas Phase Transition. High Energy Phys and Nucl Phys, 1997, 21: 44~50; Kreuz P, Adloff J C, Bege-mann M *et al.* Charge Correlation as a Probe of Nuclear Disassembly. Nucl Phys, 1993, A556: 672~699
- 15 Jaqaman H, Mekjian A Z, Zamick L. Nuclear Condensation. Phys Rev, 1983, C27: 2782~2791
- 16 Bonche P, Levit S, Vautherin D. Statistical Properties and Stability of Hot Nuclei. Nucl Phys, 1985, A436: 265~293
- 17 Song H Q, Su R K. Coulomb Instability in Hot Nuclei with Skyrme Interaction. Phys Rev, 1991, C44: 2505~2511
- 18 Fisher M E. The Theory of Condensation and the Critical Point. Physis (N Y), 1967, 3: 255~283
- 19 Fink J E, Agarwal S, Bujak A *et al.* Nuclear Fragment Mass Yield from High Energy Proton-nucleus Interactions. Phys Rev Lett, 1982, 49: 1321~1324
- 20 Hirsch A S, Bujak A, Finn J E. Experimental Results from High Energy Proton-nucleus Interactions, Critical Phenomena and the Thermal Liquid Drop Model of Fragment Production. Phys Rev, 1984, C29: 508~523
- 21 Zheng Yuming, Massmann H, Xu Shuyan *et al.* On the Charge Dispersion in High-energy Proton-xenon Collisions. Phys Lett, 1987, B194: 183~186
- 22 Fabris D, Hagel K, Natowitz J B *et al.*  $\alpha$ -emission temperature, Coulomb Instabilities and Nuclear Cracking. Phys Lett, 1987, B196: 429~433
- 23 Wu Heyu, Dai Guangxi, He Zhiyong *et al.* Evolution from Cascade Fission to Prompt Multifragmentation with Increasing Excitation Energy. High Energy Phys and Nucl Phys, 1995, 19: 739~764
- 24 Pochodzalla J, Möhlenkamp T, Rubehn T. Probing the Nuclear Liquid-gas Phase Transition. Phys Rev Lett,

- 1995, 75: 1040~1043
- 25 Hauger J A, Albergo S, Bieser F. Dynamics of the Multifragmentation of 1A GeV Gold on Carbon. *Phys Rev Lett*, 1996, 77: 235~238; Hauger J A, Warren P, Albergo S. Multifragmentation of the Remnant Produced in the Reaction of 1A GeV Gold with Carbon. *Phys Rev*, 1998, C57: 764~783
- 26 Ma Y G, Siwek A, Péter J. Surveying the Nuclear Caloric Curve. *Phys Lett*, 1997, B390: 41~48
- 27 Reisdorf W, Best D, Gobbi A. Central Collisions of Au on Au at 150, 250 and 400A MeV. *Nucl Phys*, 1997, A612: 493~556
- 28 Bravina Larissa V, Zabrodin Eugene E. Statistical Kinetic Approach to Nuclear Liquid-gas Phase Transition. *Phys Rev*, 1996, C54: 2493~2498
- 29 Majka Z, Staszal P, Cibor J. Quantum Statistical Thermodynamics of Hot Finite Nuclear System: Temperature and Isotopic Yield Ratios. *Phys Rev*, 1997, C55: 2991~2997
- 30 Lee S J, Mekjian A Z. Liquid-gas Phase Transition in Nuclear Equation of State. *Phys Rev*, 1997, C56: 2621~2625
- 31 Lee S J, Mekjian A Z. Canonical Studies of the Cluster Distribution, Dynamical Evolution, and Critical Temperature in Nuclear Fragmentation Processes. *Phys Rev*, 1992, C45: 1284~1310
- 32 Samaddar S K, De J N, Shlomo S. Effect of Flow on the Caloric Curve for Finite Nuclei. *Phys Rev Lett*, 1997, 79: 4962~4965
- 33 Pal Subrata, Samaddar S K, De J N. The Effect of Flow on Nuclear Multifragmentation in a Quantum Statistical Model. *Nucl Phys*, 1996, A608: 49~62
- 34 Mastinu P F, Belkacem M, Gramegna F *et al.* Caloric Curve and Conditional Moments: Effects of Secondary Fragment Decay. *Phys Rev*, 1998, C57: 831~836
- 35 Sa Benhao, Liu Hongming, Zheng Yuming *et al.* Correlation between Conditional Moment Might not Necessary Imply Evidence of Phase Transition in a Disassembly of Hot Nuclei. *J Phys, G: Nucl Phys*, 1995, 21: 241~247
- 36 Schnack J, Feldmeier H. The Nuclear Liquid-gas Phase Transition within Fermionic Molecular Dynamics. *Phys Lett*, 1997, B409: 6~10
- 37 Gossiaux P B, Puri R, Hartnack Ch. The Multifragmentation of Spectator Matter. *Nucl Phys*, 1997, A619: 379~390
- 38 Gossiaux P B, Aichelin J. Importance of Initial-final State Correlations for the Formation of Fragments in Heavy Ion Collisions. *Phys Rev*, 1997, C56: 2109~2131
- 39 Schüttauf A, Wunze W D, Wörner *et al.* Universality of Spectator Fragmentation at Relativistic Bombarding Energies. *Nucl Phys*, 1996, A607: 457~486
- 40 Das C B, Satpathy L. Caloric Curve in Au + Au Collisions. *Phys Rev*, 1998, C57: R35~R38

## Advances of Multifragmentation and Liquid-gas Phase Transition

Sa Benhao<sup>1,2,3)</sup>

1) (*The China Center of Advanced Science and Technology (World Laboratory), Beijing 100080*)

2) (*China Institute of Atomic Energy, Beijing 102413*)

3) (*Institute of Theoretical Physics, the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080*)

**Abstract** The basic theoretical methods for investigating the hot nuclei and their multifragmentation are reviewed. After the history of the studies of the liquid-gas phase transition is introduced briefly, the comments on its new advances are given. The main frontiers in the corresponding fields are pointed out as well.

**Key words** hot nucleus multifragmentation liquid-gas phase transition dynamical model statistical model