



偶偶 Pd 同位素核的 HF 态及能谱研究*[†]

徐延冰 刘英太 廖继志
(四川大学物理系 成都 610064)

摘要 采用修正的表面 δ 相互作用(MSDI), 对¹⁰⁶Pd、¹⁰⁸Pd、¹¹⁰Pd、¹¹²Pd、¹¹⁴Pd和¹¹⁶Pd 等 6 个偶偶核做了形变 HF 计算. 得到了长椭球、扁椭球和一些激发态的解. 结果表明, 在质量数为 106 到 116 间的原子核存在形状过渡, 且单粒子能级随质量数及组态的不同而不同. 同时, 还用近似角动量投影形变 Hartree-Fock(PDHF)方法对¹¹⁰Pd 进行了能谱计算, 其计算结果与实验谱基本一致, 并且发现投影谱具有 γ 软性核谱的特征.

关键词 形变 HF 态 单粒子能谱 γ 软性核 能量 Staggering

分类号 O571.23

1 引言

本小组利用形变 Hartree-Fock (HF) 方法, 对 fp 壳层区核的性质和能谱做了大量研究并取得成功, 这说明在低质量区使用该方法研究核结构是可靠的^[1,2]. 近来, 又把此方法应用于 gds 壳层区, 研究 $Z、N = 40 \sim 70$ 的原子核的结构, 发现此方法在该区域同样有效. 这里主要讨论采用修正的表面 δ 相互作用(MSDI)对¹⁰⁶Pd、¹⁰⁸Pd、¹¹⁰Pd、¹¹²Pd、¹¹⁴Pd和¹¹⁶Pd 等 6 个偶偶核的研究结果. 首先计算出它们的一些 HF 内禀态, 然后对¹¹⁰Pd 核的内禀态用单参量 Gauss 近似方法进行角动量投影, 得到了它们的基态带及一些激发带的能谱.

2 基本理论

关于计算形变 HF 态和近似角动量投影的方法细节在文献[1~3]中已有详细说明, 这里只给出计算中最必要的公式. 偶偶 Pd 核在亚壳层核⁸⁰Zr₄₀外面的 A 个外围核子的二次量子化哈密顿算符为

$$H = \sum_{\alpha\beta} \langle \alpha | H_0 | \beta \rangle \alpha_\alpha^+ \alpha_\beta + \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \langle \alpha\beta | V | \gamma\lambda \rangle \alpha_\alpha^+ \alpha_\beta^+ \alpha_\delta \alpha_\gamma, \quad (1)$$

式中, H_0 为单体部分, 取成球形壳模型单粒子哈密顿算符, V 为两体相互作用, α^+ 、 α 分别为产生算符和湮灭算符. 单粒子态系 $\{|\lambda\rangle\}$ 满足的 HF 方程是

$$\langle \alpha | h | \beta \rangle = \langle \alpha | H_0 | \beta \rangle + \sum_{\lambda=1}^A \langle \alpha\lambda | V | \bar{\beta}\bar{\lambda} \rangle = \epsilon_\alpha \delta_{\alpha\beta}, \quad (2)$$

式中, ϵ_α 为单粒子态 $|\alpha\rangle$ 的单粒子能, $|\bar{\beta}\bar{\lambda}\rangle = |\beta\lambda\rangle - |\lambda\beta\rangle$. 态 $|\lambda\rangle$ 用球形壳模型单粒子态 $|nljm\tau_z\rangle$ (H_0 的本征态) 来展开, 即

$$|\lambda; k = m_\lambda\rangle = \sum_j C_{m_\lambda}^j |jm_\lambda\rangle. \quad (3)$$

对 j 的求和限于 gds 壳层的五个态 $1g_{9/2}$ 、 $1g_{7/2}$ 、 $2d_{5/2}$ 、 $2d_{3/2}$ 和 $3s_{1/2}$. 利用 C-G 系数进行耦合变换, 则可得到 h 在 $|nljm\tau_z\rangle$ 表象中的矩阵元表达式为

■ 1998 - 02 - 26 收稿.

* 国家自然科学基金(项目号 19475030)资助.

$$\begin{aligned} \langle jm|h|j'm\rangle &= e_j\delta_{jj'} + \sum_{\lambda=1}^A \sum_{j_2j_3} C_{m_\lambda}^{j_2} C_{m_\lambda}^{j_3} \times \\ &\frac{1}{2} \sum_J (jmj_2m_\lambda|JM)(j'mj_3m_\lambda|JM) \times \\ &[\langle jj_2J1|V|j'j_3J1\rangle_a + \\ &\langle jj_2J|T_{z_\lambda}|V|j'j_3J|T_{z_\lambda}\rangle_a], \end{aligned} \quad (4)$$

式中, e_j 为 H_0 的本征值, 即球形壳模型单粒子能, $\langle jj_2JT|V|j'j_3JT\rangle_a$ 为反对称化的两体矩阵元. 这里, 使用的是修正的表面 δ 相互作用(MSDI)矩阵元, J 与 T 分别为两粒子态的总角动量和总同位旋. 将(4)式组成的矩阵对角化, 同时利用自恰迭代的方法, 便可得到全部单粒子态 $\{\lambda\}$ 和其对应的单粒子能 ϵ_λ .

归一化的投影态及其能量分别为

$$\begin{aligned} |\Phi_{MK}^I\rangle &= \hat{P}_{MK}^I |\Phi_{\sigma K}\rangle / \sqrt{p_{KK}^I}, \\ p_{KK}^I &\equiv \langle \Phi_{\sigma K} | \hat{P}_{KK}^I | \Phi_{\sigma K} \rangle, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} E_{IK} &= h_{KK}^I / p_{KK}^I, \\ h_{KK}^I &\equiv \langle \Phi_{\sigma K} | H \hat{P}_{KK}^I | \Phi_{\sigma K} \rangle. \end{aligned} \quad (6)$$

这里, p_{MK}^I 为角动量投影算符, $|\Phi_{\sigma K}\rangle$ 是轴对称 HF 内禀态, K 为角动量在对称轴上的投影量子数, 下标 σ 代表组态(下文略去). 利用投影算符的定义、D 函数的性质以及转动算符的表达式 $\hat{R}(\Omega) = e^{-i\alpha\hat{I}_z} e^{-i\theta\hat{I}_y} e^{-i\gamma\hat{I}_z}$ 不难得到下列两式

$$\begin{aligned} h_{KK}^I &= (I + \frac{1}{2}) E_{\text{HF}} \int_0^{\pi/2} [d_{KK}^I(\theta) + \\ &(-1)^{I-K} d_{K,-K}^I(\theta)] e^{-\theta^2/\Gamma_h} \sin\theta d\theta, \end{aligned} \quad (7a)$$

$$\begin{aligned} p_{KK}^I &= (I + \frac{1}{2}) \int_0^{\pi/2} [d_{KK}^I(\theta) + \\ &(-1)^{I-K} d_{K,-K}^I(\theta)] e^{-\theta^2/\Gamma_p} \sin\theta d\theta, \end{aligned} \quad (7b)$$

$$\begin{aligned} I &= K, K+1, K+2, \dots, K \neq 0; \\ I &= 0, 2, 4, \dots, K = 0. \end{aligned}$$

上式中参量 Γ_p 和 Γ_h 分别为

$$\Gamma_p = 2/\langle \Phi_K | I_y^2 | \Phi_K \rangle, \quad (8a)$$

$$\Gamma_h = 2E_{\text{HF}}/\langle \Phi_K | H I_y^2 | \Phi_K \rangle. \quad (8b)$$

用(8a)式严格计算 Γ_p , 把 Γ_h 作为可调参量 (E_{HF} 已由 HF 计算得到), 由(7)式便可算出投影能量, 从而得到原子核的基态及激发态能谱.

3 计算结果与讨论

首先, 我们在 $1g_{9/2}$ 、 $1g_{7/2}$ 、 $2d_{5/2}$ 、 $2d_{3/2}$ 、和 $3s_{1/2}$ 空间以 ${}^{80}_{40}\text{Zr}_{40}$ 为核心, 计算了 ${}^{106}\text{Pd}$ 、 ${}^{108}\text{Pd}$ 、 ${}^{110}\text{Pd}$ 、 ${}^{112}\text{Pd}$ 、 ${}^{114}\text{Pd}$ 和 ${}^{116}\text{Pd}$ 核的一些形变 HF 内禀态. 在 HF 计算中, 核子间的相互作用采用 MSDI^[4], 强度参量为 $A_1=0.600$ 、 $A_0=0.150$ 、 $B=0.085$ 和 $C=0.054$, 球形壳模型单粒子能取为^[5,6] $e_{9/2}=-11.60$ 和 $e_{7/2}=-6.64$ 、 $e_{5/2}=-5.53$ 、 $e_{3/2}=-2.63$ 、 $e_{1/2}=-2.27$ (单位为 MeV), 迭代过程中不区分质子和中子, Pd 的库仑能^[7]取为 73.44 MeV. 迭代精度 $\eta=10^{-3}\sim 10^{-4}$.

表 1 给出了 Pd 同位素核基态的形状、结合能实验值、HF 能以及两者之差 ΔE . 结果表明, 在该过渡区域内, 核基态形状除 ${}^{112}\text{Pd}$ 外都是扁椭球形. ${}^{112}\text{Pd}$ 与它两边的核有不同形状可能是因为 ${}^{112}\text{Pd}$ 核的最后两个中子填充来自 $3s_{1/2}$ 的轨道. 质量数更小的核, 这个轨道是空的; 质量数更大的核, 这个轨道虽有核子, 但它上部的来自 $2d_{3/2}$ 的轨道也填有核子. 这说明 ${}^{112}\text{Pd}$ 处的形状“异常”可能与 $3s_{1/2}$ 轨道的开始填充有关. 基态结合能实验值 E_{exp} 与内禀基态的 HF 总能量 E_{HF} 在 ${}^{110}\text{Pd}$ 即中子数 $N=64$ 之后吻合较好. 总体来看, 能差 ΔE 在形状过渡过程中是先增大后减小的.

表 1 偶偶 Pd6 种同位素核的、相对于核心 $^{88}\text{Zr}_{40}$ 的结合能 (MeV)

核素	形状	E_{HF}	E_{exp}	ΔE
^{106}Pd	扁椭球	-231.53	-239.73	-8.20
^{108}Pd	扁椭球	-249.48	-255.49	-6.00
^{110}Pd	扁椭球	-268.18	-270.46	-2.27
^{112}Pd	长椭球	-285.17	-284.58	0.59
^{114}Pd	扁椭球	-297.71	-297.88	-0.41
^{116}Pd	扁椭球	-309.63	-310.49	-0.86

注： E_{HF} 为内禀基态的 HF 总能量， E_{exp} 为结合能实验值^[10]， ΔE 为 E_{exp} 与 E_{HF} 之差。

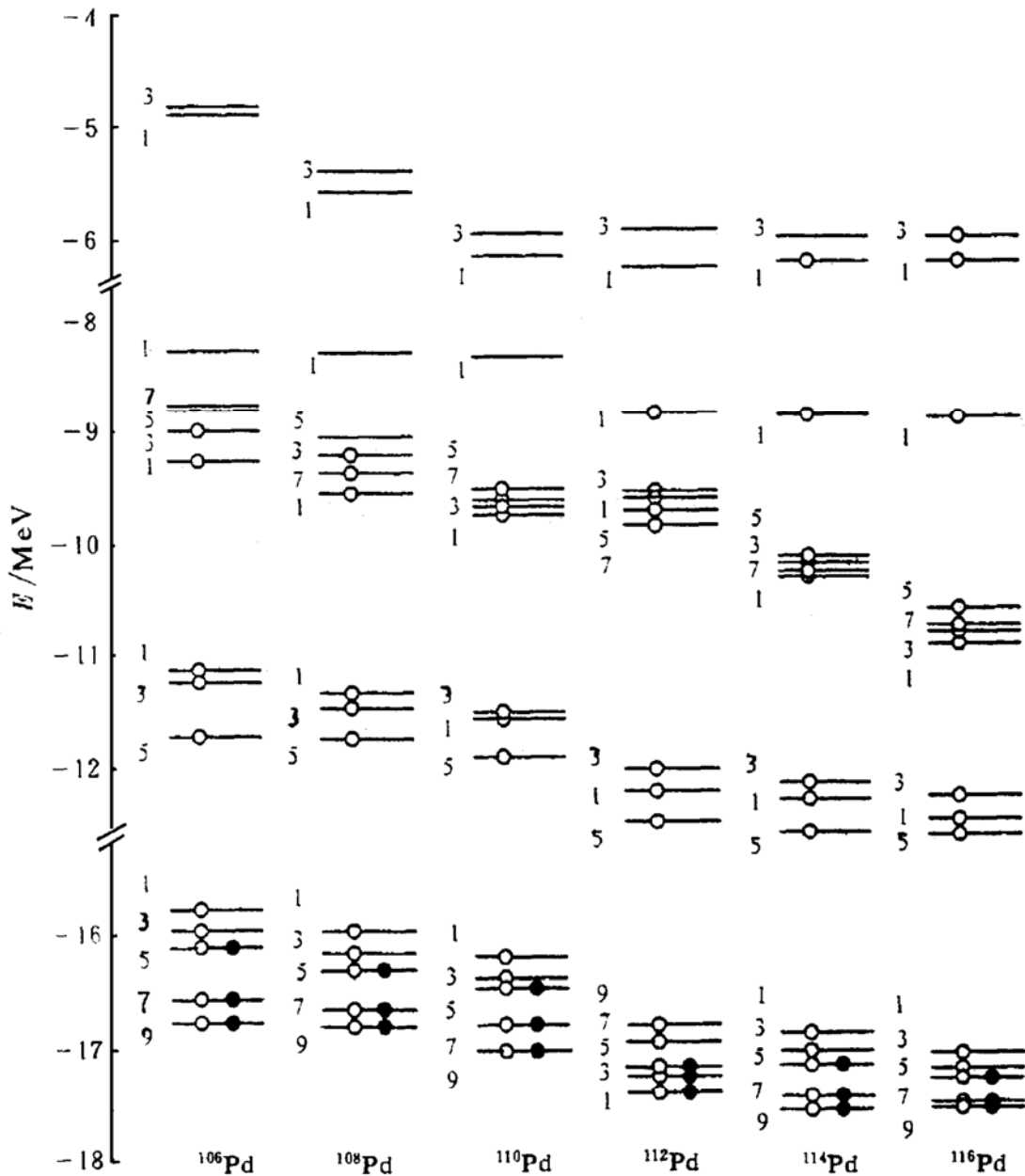


图 1 偶偶 Pd 同位素核的基态单粒子能谱 (能级旁数字为 2K 值)

图 1 给出了偶偶 Pd 同位素原子核的基态单粒子能级图 (^{80}Zr 核心以外部分), 单粒子能谱中画有黑点(代表 2 个质子)和圆圈(代表 2 个中子)的能级是被填充能级. 可以看出, 整个单粒子能谱随着核子数的增加而下降. 同时, 随着核子数变化, 单粒子能级的顺序和分布状况出现了不同的变化. 在 $1g_{9/2}$ 轨道上面有一较大能隙存在, 这是在预料之中的, 因为此处恰是 $Z, N=50$ 主壳层. 另外, 由上文给出的 e_j 值, 单粒子能级序为(从低到高) $1g_{9/2}, 1g_{7/2}, 2d_{5/2}, 2d_{3/2}$ 和 $3s_{1/2}$. 但图 1 表明, 按每组形变单粒子态的重心来看, 能级顺序变成了 $1g_{9/2}, 2d_{5/2}, 1g_{7/2}, 3s_{1/2}$ 和 $2d_{3/2}$. 这似乎说明 $j=l+1/2$ 或 $j=l-1/2$ 各态, 即 $1g_{9/2}, 2d_{5/2}, 3s_{1/2}$ 或 $(1g_{7/2}, 2d_{3/2})$ 之间相互“吸引”, 而 $j=l+1/2$ 与 $j=l-1/2$ 各态则相互排斥.

以偶偶 ^{110}Pd 核为例, 计算出了它的基态及激发态能谱, 且与实验谱作了比较(见图

2). 计算结果表明, 对于基态带的理论谱在 8^+ 以下基本符合, 而各能级与实验值的差别在我们的预料之中, 其原因是没有考虑多带混合等因素. 在 ^{110}Pd 激发带上, 表现出了低能 γ 振动带 ($K=2$) 能谱中普遍存在的能量 Staggering 现象(简称 Staggering). 所谓 Staggering 是指相邻能级间隔的不均匀性^[8]. 在图 2 中, $3^+, 4^+$ 的理论值间隔虽与实验值有所差别, 但从 $3^+, 4^+$ 与 $5^+, 6^+$ 间的总体来看, 体现出了 γ 软性核的 Staggering 的明显特征. 由此可见, ^{110}Pd 核是 γ 软性核. 文献 [11] 在 $1g_{7/2}, 2d_{5/2}, 2d_{3/2}$ 和 $3s_{1/2}$ 空间研究了 Xe 和 Ba 的一些同位素的核谱, 本文进一步将空间扩大到包含 $1g_{9/2}$ 轨道, 研究同位素核 $^{106}\sim^{116}\text{Pd}$ 都能得到与实验符合甚好的结果. 这就说明, PDHF 方法在研究中等质量区的核能谱方面是行之有效的, 并且能很好地显现出该质量区的能谱特征.

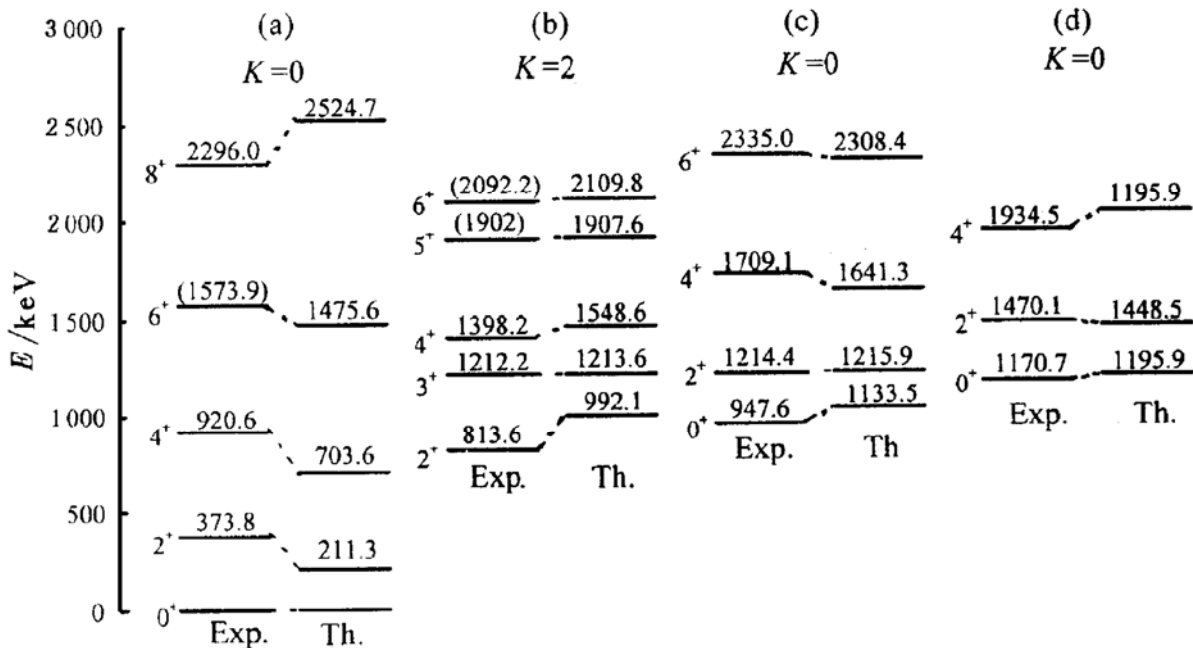


图 2 ^{110}Pd 的投影能谱与实验能谱^[9]的比较

投影谱参量: (a) $E_{\text{HF}} = -267.55 \text{ keV}, \Gamma_p = 0.0400, \Gamma_h = 0.0405$; (b) $E_{\text{HF}} = -267.20 \text{ keV}, \Gamma_p = 0.0480, \Gamma_h = 0.0485$; (c) $E_{\text{HF}} = -260.50 \text{ keV}, \Gamma_p = 0.0124, \Gamma_h = 0.0129$; (d) $E_{\text{HF}} = -260.30 \text{ keV}, \Gamma_p = 0.0170, \Gamma_h = 0.0176$.

4 结论

研究结果表明: (1)形变 HF 方法及单参量近似角动量投影对中等质量区, 即 gds 壳层区的原子核是适用的. (2) ^{106}Pd 、 ^{108}Pd 、 ^{110}Pd 、 ^{112}Pd 、 ^{114}Pd 和 ^{116}Pd 六个偶偶核所在的过渡区中存在着形状过渡现象. (3) $K=2$ 激发内禀态的投影能谱显现出了明显的且与实验能谱基本一致的 Staggering 现象, 而且有 γ 软性核谱特征.

参 考 文 献

- 1 廖继志. 偶钛和铬核的形变 HF 态. 原子核物理, 1985, 7: 338~343; 形变 HF 波函数的近似角动量投影. 原子核物理, 1987, 9: 220~229
- 2 廖继志. $K=1$ 形变 HF 态的近似角动量投影. 高能物理与核物理, 1987, 11: 682~688; 角动量投影 HF 方法中的电磁跃迁. 高能物理与核物理, 1989, 13: 837~841
- 3 郑仁蓉, 廖继志. 原子核对称性投影自洽场方法. 成都: 四川大学出版社, 1993, 51~93
- 4 廖继志. 修正表面 δ 相互作用在 PDHF 方法中的应用. 高能物理与核物理, 1989, 13(4): 357~361
- 5 Mang H J, Samadi B, Ring P. On the Solution of Constrained Hartree-Fock-Bogolyubov Equation. Z Physik, 1976, A279: 325~331
- 6 Rath A K, Praharaaj C R, Khadkikar S D. Signature Effects in Some $N=90$ odd-Z Rare-earth Nuclei. Phys Rev, 1993, C47: 1990~2000
- 7 Aage Behr, Ben Mottelson R. Nuclear Structure. 1969, V(D): 145~147
- 8 Liao J Z. Staggering in Low-spin Nuclear Spectra of γ -soft or Triaxial Nuclei. Phys Rev, 1995, C51: 141~146
- 9 Hertenberg R, Hofer d, Kader H. Study of Low-lying excitations in ^{110}Pd . Nucl Phys, 1993, A562: 157~179
- 10 Audi G, Wapstra A H. The 1993 Atomic Mass Evaluation (I). Nucl Phys, A565(1): 33~41
- 11 刘英太, 廖继志. 偶偶 Xe 与 Ba 同位素核的 HF 态及能谱研究. 四川大学学报 (自然科学版), 1997, 34(2): 771~774; Liu Yingtai, Liao Jizhi. Study for the Energy Spectra of Even-even Xe Isotopes. Chinese J. Nucl Phys, 1997, 19(4): 239~243

Study on HF States and Spectra of Even Even Pd Nuclei

Xu Yanbing Liu Yingtai Liao Jizhi

(Department of Physics, Sichuan University, Chengdu 610064)

Abstract By using modified surface delta interaction, the deformed Hartree-Fock calculations are performed for the six nuclei: ^{106}Pd , ^{108}Pd , ^{110}Pd , ^{112}Pd , ^{114}Pd and ^{116}Pd . The prolate, oblate and some particle-hole excited configurations are obtained. The calculated results show that there is a form transition from mass number 106 to 116, and that single-particle energy spectra are different not only for the nuclei with different mass number but also for different configuration. The approximate angular momentum projected Hartree-Fock (PDHF) method is applied to nuclei ^{110}Pd . The results of calculated energy spectra are in agreement well with experimental spectra. It is found that the PDHF spectra have the properties of the γ -soft nuclear spectra.

Key words deformed HF states single-particle energy spectra γ -soft nucleus energy staggering