

# 储存环上的放射性核束流品质计算

刘胜利 夏佳文 王义芳

(中国科学院近代物理研究所 兰州 730000)

**摘要** 为给兰州重离子加速器冷却储存环(HIRFL-CSR)注入放射性核束(RIB)提供初始参数,及为 CSR 上 RIB 分离谱仪的物理设计提供依据,对最近几年发展起来的利用弹核碎裂(PF)、双消色散分离谱仪在线获取和分离所需 RIB 的参数计算方法,进行了系统的总结;给设计中的 CSR-RIB 分离谱仪设定一组束流光学参数,在此基础上对一组具有代表性的反应道的部分参数进行了初步计算,并用 GANIL 发展的相关程序 LISE 进行了验证.理论与实验均表明,在目前对 PF 反应机制尚不能精确描述的情况下,对 RIB 产额的计算结果达到 1~2 数量级的精度;对 RIB 横向发射度和动量散度的计算结果相对准确.

**关键词** 弹核碎裂 RIB 分离谱仪 产额 束流品质

**分类号** TL 501.5

## 1 引言

目前,基于 PF 方法分离类弹碎片以获得相对纯净 RIB 的装置均利用双消色散磁偏转结构及重离子在降能片材料中的能损机制( $B_\rho$ - $\Delta E$ - $B_\rho$  方法),如 GANIL 的 LISE3、RIKEN 的 RIPS、GSI 的 FRS 和 DUBNA 的 COMBAS<sup>[1,2]</sup>. 其中,FRS 和 COMBAS 还将 RIB 再注入冷却储存环. CSR 计划也采用了类似的方法<sup>[3]</sup>.

设计中的 CSR-RIB (PF) 分离谱仪 (RSPC),也拟采用  $B_\rho$ - $\Delta E$ - $B_\rho$  方法. 如图 1 所示.

择和能损选择后,获得相对纯净的单一束流(或再经速度选择),直接提供给外靶实验,或再注入 CSR 的实验环(CSR<sub>e</sub>)中冷却后供高分辨内靶或外靶实验. 因此,综合 CSR 计划的束流指标及相关参数,需要对 RSPC 所能提供的 RIB 的束流品质等参数进行较可靠的估计. 基于上述方法,首先引入有关 RIB 传输系数的定义<sup>[4]</sup>为

$$R_f = R_{\text{prod}} T \quad (1)$$

$R_f$  是最终分离后的 RIB 产额, $R_{\text{prod}}$  是 PF 反应的 RIB 初始产额,而  $T$  是分离系统的传输系数. $R_{\text{prod}}$  由下式决定:

$$R_{\text{prod}} = R_p \frac{N_A \sigma_f}{A_t} \left[ \frac{e^{-\mu_p t} - e^{-\mu_f t}}{\mu_f - \mu_p} \right]$$

$R_p$  是入射粒子数, $N_A$  是阿佛加德罗常数, $\mu_p$  和  $\mu_f$  是弹核和碎片的吸收系数, $t$  是靶厚, $\sigma_f$  是 PF 的反应截面. 显然,这种计算的核心首先是 RIB 初始产额  $R_{\text{prod}}$  的计算,其结果对最终可分离的 RIB 产额  $R_f$  的预计值有决定性影响;其次是类弹碎片动量分布的计算(横动量和纵动量),计算精度直接影响到谱仪的接受度计算;最后是综合谱仪的束流光学参数和几何参数(像平面上的几何狭缝)确定谱仪对 RIB 的传输系数  $T$  (包括纯度),进而确定在典型情况下 RIB 的动量散度和横向发射

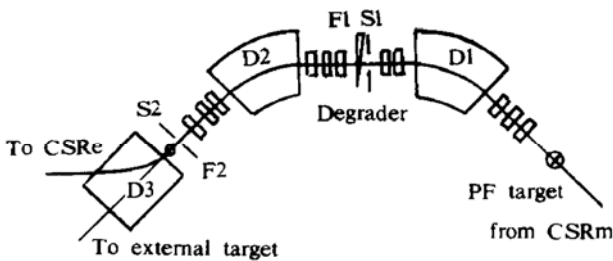


图 1 CSR 上的 RSPC 结构

CSR 的主环(CSR<sub>m</sub>)引出的高品质(5  $\pi$ mm · mrad),高能量(25 MeV/u ~ 900 MeV/u)重离子束流作为初级束;初级束打靶产生 RIB(弹核碎裂反应),RIB 经磁刚度选

度. 对楔形降能片的几何参数未进行优化, 以确定可能的 RIB 的最大产额. 计算表明, 这种忽略不会造成数量级的误差.

## 2 弹核碎裂(PF)反应截面

对 RIB 强度的估计敏感地依赖于对 PF 反应截面的计算. 由于实验数据的缺少, 早期建立的经验公式(如 Rudstam 公式)及被很多人后来发展的方法, 均只局限于某一碎裂类型和范围, 特别对于重离子, 更是如此. 目前, 估计反应截面普遍采用 Sümmer K 等人的基于靶核碎裂(Spallation)实验数据的普适经验公式(EPAX)<sup>[5]</sup>

$$\sigma(A, Z) = Y(A)\sigma(Z_p - Z) \quad (2)$$

$$Y(A) = \sigma_R P(A_t) \exp[-P(A_t)(A_t - A)]$$

$$\sigma_R = 450(A_p^{1/3} + A_t^{1/3} - 2.38)$$

$$\ln P(A_t) = -7.57 \times 10^{-3} A_t - 2.584$$

$$\sigma(Z_p - Z) = n \exp(-R |Z_\beta + \Delta + \Delta_m - Z|^u)$$

公式拟合的数据主要来自于 P(2.6 GeV) + Au、Th 的深度散裂反应, 并对照了一些其它实验数据对公式进行了修正. 在 高能(GeV) 和重质量碎片( $A > 40$ ) 情况下, 其拟合结果与采用核间级联模型及蒙特卡洛模拟的计算结果符合较好; 对 Ne(8 GeV) + Au 反应的出射道, 只差一个因子 0.5; 与当时(1990 年) 已有的大部分实验数据(85%) 比较, 误差在 200% 之内; GSI 的 FRS 在 1992 年的首批实验之一  $^{86}\text{Kr}(500 \text{ MeV}) + ^9\text{Be}$  的 PF 反应中测量到的一些反应截面数据与 EPAX 的预言符合很好<sup>[2]</sup>.

尽管如此, 对轻质量碎片( $A < 40$ )、能量  $< 1 \text{ GeV/u}$  的情况, 反应截面不能用光滑曲线表示, 并且也不是能量无关的. 但作为数量级的估计, 上述拟合公式仍可作为参考.

## 3 动量分布和角分布

分离 RIB 的  $B_p$ - $\Delta E$ - $B_p$  方法的效率强烈

依赖于反冲粒子的动量分布. 由于 PF 反应的一个很重要的优点是, 反冲核出射于前向的一个很小的立体角内(中高能), 因而使其成为目前效率最高的在线分离手段. 然而, 一般 PF 分离谱仪的立体角接受度和动量接受度有限( $\Omega < 10 \text{ msr}$ ,  $\Delta P/P < 5\%$ )<sup>[6]</sup>, 而对于分离某种 RIB 的磁刚度接受度就更小(一般  $\Delta P/P < 2.5\%$ ). 这样, 对初始 RIB 的动量分布的估计直接影响到传输系数  $T$  的正确估计. 动量分布受两种机制的制约, 一是反应机制本身, 其次是重离子在靶材料中的慢化机制. 尽管能量较高时, 后者影响减小, 但此时为提高产额往往用厚靶. 因而, 两种因素总需要同时考虑.

### 3.1 核反应效应

由于弹核碎裂过程的复杂性, 目前对其具体机制尚不完全清楚. 从物理图像来看, 一般用参加者-旁观者模型及级联蒸发的机制描述. 假定由参加者传递到旁观者的动量相对很小, 从而碎裂过程与入射核能量无关. 1973 年, Heckman 等人用相对论重离子( $^{12}\text{C}$ 、 $^{16}\text{O}$ ) 轰击几种不同的靶, 观测到弹核碎片的水平方向动量分布在弹核坐标系中服从高斯分布  $\exp(-P^2/2\sigma^2)$ , 且  $\sigma \simeq m_\pi c$  与碎片质量无关. 但后来更精确的实验数据表明,  $\sigma^2$  与碎片质量  $A_f$  有关, 且可用下式很好拟合

$$\sigma^2 = \sigma_0^2 \frac{A_f(A_p - A_f)}{A_p - 1} \quad (3)$$

$$\sigma_0 \simeq 90 \text{ MeV}/c$$

后来, Goldhaber A S<sup>[7]</sup> 在 Feshbach 等人<sup>[8]</sup> 统计假设基础上, 构造了碎裂过程的统计模型, 并从理论上得到了公式(3), 且  $\sigma_0 = 1/5 P_F^2$ .  $P_F$  是弹核中粒子的费米动量. 对  $^{16}\text{O}$ , 取  $P_F \simeq 230 \text{ MeV}/c$ , 则  $\sigma_0 \simeq 100 \text{ MeV}/c$ , 比实验值  $90 \text{ MeV}/c$  仅高 10%. 基于一系列实验数据的结果, Winger J A 等人<sup>[9]</sup> 给出了一个衰减因子 0.83, 从而得到

$$\sigma_0 = \frac{0.83 P_F}{\sqrt{5}}$$

且在  $40 \text{ MeV/u}$  以上与弹核能量及靶材料无

关. 尽管如此, 实际的动量分布还要受到碎裂过程中其它机制的影响, 由此引起的修正量较小, 一般被忽略. 但对横动量分布来说, 计算中应将轨道反射因素计及在内. 这样就有

$$\sigma_{\parallel} = \frac{0.83 P_F}{\sqrt{5}} \left[ \frac{A_f(A_p - A_f)}{A_p - 1} \right]^{1/2} \quad (4)$$

$$\sigma_{\perp}^2 = \sigma_{\parallel}^2 + \frac{A_f(A_f - 1)}{A_p(A_p - 1)} \sigma_2^2 \quad (5)$$

其中,  $\sigma_2$  取 195 MeV/c, 适于中高能反应. 对 Goldhaber 模型需补充的另一点是: 碎裂产物并非保持原速, 而是有一个小的能量移动. 这一点已为实验现象所证明. 由 Borrel 等人<sup>[10]</sup> 给出如下公式描述

$$\frac{V_f}{V_p} = \left[ 1 - \frac{8(A_p - A_f)}{A_f E_p} \right]^{1/2} \quad (6)$$

在  $A_f = A_p \sim A_p/2$  范围内, 该公式与实验数据符合较好, 其后, 公式的结果偏高. 另外, 由 Mermaz 等人<sup>[11]</sup> 给出的经验公式为

$$\Delta E = \bar{E}_f - \bar{E}_b = -0.45(A_p - A_f) + 0.58(Z_p - Z_f) - 0.48$$

适于描述低能 ( $< 100$  MeV/u) 范围的能量移动现象.

### 3.2 靶/降能片效应

从提高 RIB 初始产额  $R_{\text{prod}}$  的角度出发, 希望使用厚靶. 如对  $^{12}\text{C}(900 \text{ MeV/u}) + ^9\text{Be} \rightarrow ^{11}\text{C}$  反应道, 靶厚达  $\sim 10 \text{ g/cm}^2(\text{Al})$ . 这样, 必须考虑重离子在靶材料中的能损过程.

考虑两种极端情况, 即碎裂发生于靶的前后两表层的情况, 可算出最终能量分布的宽度(暂不考虑核反应效应). 计算的结果依赖于重离子在物质中慢化的经验公式, 对不同的能区范围, 没有统一的公式描述. 显然, 动量分布类似于阶跃式函数, 只是其幅值形状不是均匀的. 综合核反应的效应, 最终的动量分布应为两种分布函数的卷积. 然而, 实际中仍希望用高斯分布来近似表示, 其均值很接近于  $(P_{1f} + P_{2f})/2$ , 而方差应为两种方差的正交和

$$\bar{P}_f(t) = \frac{P_{1f} + P_{2f}}{2} \quad (7)$$

$$\sigma_{\text{tot}}^2(t) \simeq \frac{(P_{1f} - P_{2f})^2}{4} + \frac{|\sigma(P_{1f}) + \sigma(P_{2f})|^2}{4} \quad (8)$$

$P_{1f}, P_{2f}, \sigma(P_{1f})$  和  $\sigma(P_{2f})$  可由 Goldhaber 公式和慢化经验公式计算. 有关阻止本领的数据由 Hubert 等人给出. 一个较复杂的慢化经验公式由 Schmidt K H 等人<sup>[4]</sup> 给出.

对于降能片, 由于没有核反应发生, 因而只考虑能损情况. 而事实上, 正是这一效应, 提供了对 RIB 的第二次选择 ( $Z$  选择).

## 4 RIB 的分离和品质参数的计算

### 4.1 RIB 的分离和传输

CSR 上分离和传输 RIB 的 RSPC 结构见图 1. 在 F1 处, 束流成色散像, 色散系数越大, 越有利于提高系统的动量分辨率  $\Delta P/P$ ; 在 F2 处, 束流成双消色散像, 以提高分辨本领. D1(二极磁铁)、S1(狭缝)及相应四极透镜组完成对 RIB 的磁刚度选择 ( $A/Z$  选择). 一阶动量分辨  $R_1 = P/\Delta P = |M_{16}/2x_0 M_{11}|$ ,  $x_0$  是物点尺寸, 即 PF 靶点半宽度,  $M_{16}, M_{11}$  分别是传输系统的动量色散系数和水平方向 ( $x$ ) 放大率. 减小靶点尺寸和  $M_{11}$ , 提高  $M_{16}$ , 将提高动量分辨率. 具有给定  $A/Z$  的 RIB 被狭缝 S1 所选择; 降能片与 D2, 狭缝 S2 完成 RIB 的电荷选择 ( $Z$  选择). 具有同一  $A/Z$  比的粒子在降能片中的能损满足  $dE/dx \propto Z^2/\beta^2$ <sup>[12]</sup>, 因此,  $Z$  不同的粒子能损不同, 从而经 D2 磁刚度分离后, 在 F2 处聚焦到不同位置 ( $x$  方向), 经 S2 位置选择后, 得到高纯度单一核束. 降能片被做成某种角度的楔形, 以保证系统的消色散性. 降能片参数的选择基于对产额和纯度的平衡(较厚的降能片有利于提高  $Z$  分辨, 但增大了束流的能散和角散, 从而降低了传输系数).

### 4.2 RIB 品质参数的计算

从 CSRm 引出的初级束流参数见表 1. 为获得 RSPC 分离后的 RIB 的品质参数, 将计算点选取在 F2, 并设定一组 RSPC 的束流

表 1

入射核	能量	$I_p/\text{pps}$	靶	RIB
$^{12}\text{C}$	400 MeV/u	$1 \times 10^9$	$^9\text{Be}$	$^{11}\text{C}$
$^{40}\text{Ar}$	300 MeV/u	$1 \times 10^7$	$^9\text{Be}$	$^{38}\text{S}$
$^{136}\text{Xe}$	250 MeV/u	$5 \times 10^6$	$^9\text{Be}$	$^{128}\text{Sn}$
$^{18}\text{O}$	350 MeV/u	$1 \times 10^8$	$^9\text{Be}$	$^{11}\text{Li}$
$^{70}\text{Ge}$	280 MeV/u	$1 \times 10^7$	$^9\text{Be}$	$^{64}\text{Ge}$
$^{136}\text{Xe}$	250 MeV/u	$5 \times 10^6$	$^9\text{Be}$	$^{132}\text{Sn}$

光学参数. 降能片取 Al, 厚度  $t=100 \text{ mg/cm}^2$  (原因如前所述), PF 靶点尺寸为  $\pm 1 \text{ mm}$ . 此外, 取谱仪立体接受角  $\Omega=5 \text{ msr}$ , 靶后角接受  $\theta_{T,A}=\varphi_{T,A}=\pm 40 \text{ mrad}$ , 由于 CSRe 设计的动量接受度为  $\Delta P/P=\pm 0.5\%$ , 相应于中间焦平面(F1)的狭缝  $S_1=8.67 \text{ mm}$ . 取聚焦平面(F2)狭缝  $S_2=\pm 5 \text{ mm}$ . 谱仪最大动量接受度  $\Delta P/P_{\max}=\pm 2.5\%$ , 降能片后角接受  $\theta_{W,A}=\pm 50 \text{ mrad}$ ,  $\varphi_{W,A}=\pm 12 \text{ mrad}$ . 对每一种反应入射道和出射道, 首先计算传输系数和最佳靶厚, 对应分离后(F2)RIB 的最大产额  $R_f$ , 计算结果列于表 2.

表 2

RIB	$I_p/\text{pps}$	靶厚(Opt.) ( $\text{mg/cm}^2$ )	传输率	Rate/pps	$\epsilon_{\perp}/\pi\text{mm} \cdot \text{mrad}$
$^{11}\text{C}$	$1 \times 10^9$	11767.0	14.68%	$2.8 \times 10^6$	40
$^{38}\text{S}$	$1 \times 10^7$	3286.0	26.22%	$1.2 \times 10^3$	27
$^{128}\text{Sn}$	$5 \times 10^6$	1272.2	29.12%	5.1	15
$^{11}\text{Li}$	$1 \times 10^8$	6424.1	6.92%	5.1	40
$^{64}\text{Ge}$	$1 \times 10^7$	1919.0	31.83%	7.9	22
$^{132}\text{Sn}$	$5 \times 10^6$	1117.0	28.3%	0.46	10

由于经过降能片后, 被选择的 RIB 在水平方向( $x$ )角展宽可能被系统角接受度所截尾, 因而其分布可能是高斯分布的中间一部分. 对垂直方向( $y$ ), 由于 F1 点  $M_{22}$  很小, 因而一般不被截尾, 其分布仍为高斯分布. 取反应道:  $^{12}\text{C}(400 \text{ MeV/u}) + ^9\text{Be} \rightarrow ^{11}\text{C}$ , 初始流强  $1 \times 10^9 \text{ pps}$ , 计算得到  $^{11}\text{C}$  束流的角分布、动量分布及狭缝和角接受情况见图 2~3. 根据对每一反应道的计算, 综合谱仪的束流光学参数, 可以得到最终 RIB 的传输系数  $T$  和产额  $R_f$ ; 进一步的计算用以确定横向发射度  $\epsilon_{\perp}$ . 多数情况下, RIB 角分布宽度大于系统角接受宽度, 因而横向发射度为其所限. 对降能片厚度  $t=100 \text{ mg/cm}^2$ , 选择  $^{11}\text{C}$  [反应入射道  $^{12}\text{C}(400 \text{ MeV/u}) + ^9\text{Be}$ ] 时的混杂情况进行了计

算, 图 4 给出了计算结果. 当增加降能片厚度至  $t=0.1r_f=2026 \text{ mg/cm}^2$  时 ( $r_f$  为  $^{11}\text{C}$  在降能片中的射程), 出射束只含  $^{11}\text{C}$  (产额为  $2.7 \times 10^6 \text{ pps}$ ) 和  $^{10}\text{B}$  (产额为  $4.1 \text{ pps}$ ).

## 5 结 论

对 CSR 上产生 RIB 的初始产额的计算精度在 1~2 个数量级内有效, 这一点已为 GSI 的 FRS 上的实验所证实<sup>[2]</sup>. 传输系数和束流发射度的计算结果相对准确, 可为束流指标的估计和注入 CSRe 提供依据. 降能片的几何参数未进行优化, 原因如前所述. 进一步的计算需对包括降能片在内的非刘维尔系统进行蒙特卡洛模拟, 并考虑不可避免的高阶像差效应.

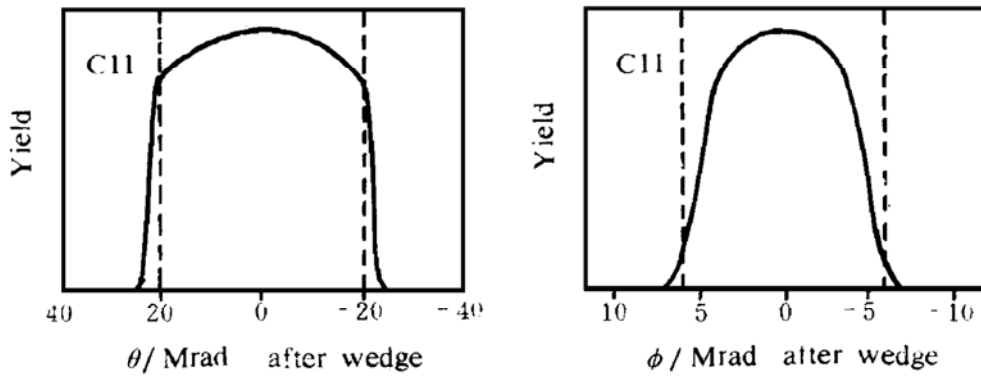


图 2 <sup>11</sup>C 在降能片后的角分布

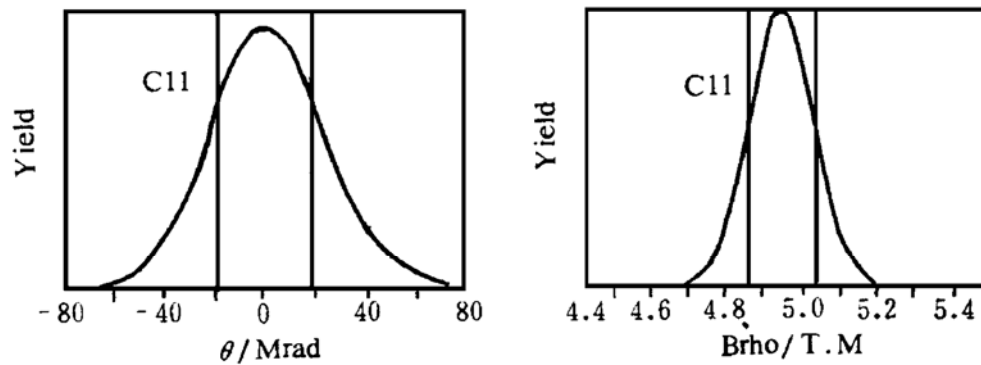


图 3 <sup>11</sup>C 在靶后的角分布及动量分布( $B\rho$  分布)

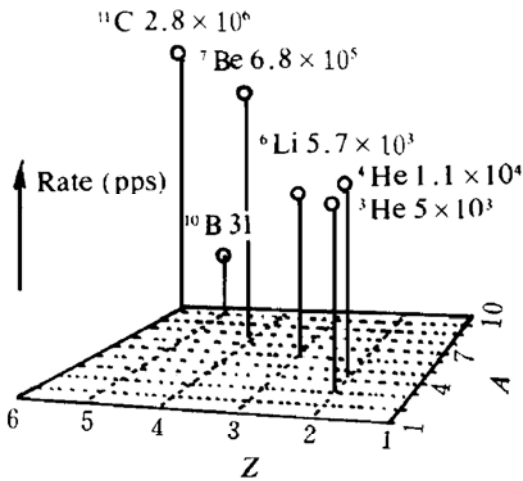


图 4 选择<sup>11</sup>C 时的掺杂,  $t_{\text{wedge}} = 100 \text{ mg/cm}^2$

参 考 文 献

1 Kubo T, Ishihara M, Inabe N et al. The RIKEN Radioactive Beam Facility. Nucl Instr and Meth, 1992, B70: 309~319

2 Geissel H, Armbruster P, Behr K H et al. The GSI Projectile Fragment Separator (FRS): a versatile magnetic

system for relativistic heavy ion. Nucl Instr and Meth, 1992, B70:286~297

3 魏宝文, 夏佳文. HIRFL-CSR Proposal. 第十四届国际回旋加速器会议, 南非, Cape Town, 1995, 10

4 Schmidt K H, Hanelt E, Geissel H et al. The Momentum-loss Achromat - a New Method for the Isotopical Separation of Relativistic Heavy Ions. Nucl Instr and Meth, 1987, A260:287~303

5 Summer K, Bruchle W, Morrissey D J et al. Target Fragmentation of Au and Th by 2.6 GeV Protons. Phys Rev, 1990, C42(6):2546~2561

6 Gottfried Munzenberg. The Separation Techniques for Secondary Beams. Nucl Instr and Meth, 1992, B70: 265~275

7 Goldhaber A S. Statistical Models of Fragmentation Processes. Phys Lett, 1974, 53B:306~308

8 Feshbach H, Huang K. Fragmentation of Relativistic Heavy Ions. Phys Lett, 1973, 47B:300~302

9 Winger J A, Sherrill B M. INTENSITY; a computer program for the estimation of secondary beam intensities from a projectile fragment separator. Nucl Instr and Meth, 1992, B70:380~392

10 Borrel V. Z Phys, 1983, A314:191

- 11 Mermaz M C. Nucl Phys, 1985, A441:129  
 12 Dufour J P, Del Moral R, Emmermann H et al. Projectile Fragments Isotopic Separation: application to the

LISE spectrometer at GANIL. Nucl Instr and Meth, 1986, A248:267~281

## Calculation of RIB Quality on CSR

LIU Shengli XIA Jiawen WANG Yifang

(Institute of Modern Physics, the Chinese Academy of Science, Lanzhou 730000)

**Abstract** The calculation of the parameters of RIB produced by the projectile fragmentation and separated by an achromatic spectrometer is firstly summarized. The calculation method to the RSPC (the RIB spectrometer between CSR main ring and the experimental ring) is then described. The final results of the yield, the energy spread and the transversal emittance of some typical RIB has been obtained.

**Key Words** projectile fragmentation RIB separation spectrometer yield beam quality

(上接第 36 页)

- of Hot Nuclei. Nucl Phys, 1933, A556:281~306  
 5 Gross D H E, Kalinowski H. Friction Model of Heavy Ion Collisions. Phys Reports, 1978, 45C:175~210  
 6 Frobrich P, Marten J. Fusion and Deep-inelastic Collisions Close to the Barrier. Z Phys, 1991, A339:171~175  
 7 Block J, Randrup J, Swiatecki W J et al. Proximity Forces. Ann of Phys, 1997, 105:427~462

- 8 Randrup J. Nuclear One-body Proximity Friction. Ann of Phys, 1978, 112:356~462  
 9 Quint A B, Schmidt K H, Reimdt W. Entrance Channel Limitations in Fusion of Heavy Symmetric Nuclear Systems. GSI Scientific Report, 1986, GSI 87-1-34  
 10 Sahm C C, Clerc H G, Schmidt K H et al. Hindrance of Fusion in Central Collisions of Heavy Symmetric Nuclear Systems. Z Phys, 1984, A319:113~118

## Langevin Statistical Fluctuations in Complete Fusion Reactions Induced by Heavy Ions

LIU Guoxing YU Xian CHEN Keliang DAI Guangxi

(Institute of Modern Physics, the Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000)

**Abstract** It is not considered in the previous theoretical models on the complete fusion reactions, though the statistical fluctuation is very obvious. In the present work in framework of the classical trajectory model the Langevin random force is included in the motion equations. The fusion probabilities for the  $^{100}\text{Mo} + ^{100}\text{Mo}$  和  $^{86}\text{Kr} + ^{123}\text{Sb}$  reactions are calculated by Monte-Carlo sampling of trajectories. The calculated fusion probabilities are also compared with the experimental values.

**Key Words** classical trajectory model Langevin statistical fluctuation fusion probability