

核能级密度的唯象表示及其参数

丘国春

(广西大学物理系 南宁 530004)

摘要 本文介绍了在考虑核的壳效应、对效应和集团效应等性质时对费米气体能级密度公式作唯象修正所产生的几种能级的唯象表示式。

关键词 核能级密度公式, 核能级密度参数。

1 前言

原子核所处的各种能量状态,反映了核子间的相互作用及原子核多体系统的运动规律. 原子核能级的各种激发方式,直接反映了核结构的特性,因而原子能级及其分布是一个基本而又复杂的问题. 描述这一问题的一个基本物理量是能级密度,即在激发能对 E 附近单位能量范围内具有一定 J^{π} 值的能级数. 经过几十年的研究,人们对影响能级密度的各种因素已经有一定的认识,发展了多种微观或半经验的计算方法,但在理论和实验的研究上,仍是一个不充分的课题. 由于能级密度在应用上的重要性,同时又包含许多基本的核物理问题,所以至今仍是一个十分活跃的研究领域.

早在1936年, H. A. Bethe 就用统计物理的方法,首先提出了无相互作用费米气体模型能级密度的基本表示式(FGM). 显然,在核理论发展的初期,这一公式不可能考虑以后才了解到的核结构的许多重要概念,例如壳效应、对效应、集团效应等因素. 因而这一公式必然是粗糙的,但因它能定性地描述出射粒子的能谱,因而一直被广泛应用. 随着核理论的发展,对于能级密度的研究,一方面采用各种模型作微观理论计算,另一方面,更多的工作在于利用大量的实验数据和微观理论计算提供的信息,引进各种效应,唯象地将 FGM 公式作改进,发展了多种半经验的参数

化的能级密度公式,如常温费米型 Gilbert-Cameron 公式(CTFGM), 返移(Back-Shifted)费米型公式(BSFGM)及参数随能量变化的超流费米型(GSM)或称 Ignatyuk (ИГНАТЮК)公式等.

目前,在核数据工作中,为适应核的基础研究,核能及核能技术应用研究及某些交叉学科的需要,十分重视收集和评价核物理的基本常数和模型常数的核参数库的建设. 核能级密度参数库是其中重要的子库. 我国去年建立的中国评价核参数库(CENPL),已经收集和评价了部分核素的能级密度参数.

本文简介几种常用的核能级密度唯象表达式,包括了 CENPL 库中用到的公式和1991年 IAEA 在 Vienna 举行的专家咨询会议上,专家们建议应予重视并作推荐的 GSM 公式.

2 费米型 Bethe 公式(FGM)

原子核是包含 Z 个质子和 N 个中子的复杂费米系统,用统计物理方法,利用原子核单粒子运动近似的模型,并作以下近似:(1)假设在费米能附近单粒子能级比较密集而且均匀,即匀能近似;(2)在费米能附近,将分立的能级近似认为是连续的,这要求激发能不能太低;(3)核温不能太高,即激发能不能太高. 考虑 J^{π} 的贡献,对于一定 J^{π} 值的核能级密度可表示为^[1]

$$\begin{aligned}\rho^\pi(E, J) &= \rho(E)f(\pi)f(J) \\ &= \frac{\exp(S)}{\sqrt{2\pi\sigma^2\det}}f(\pi)f(J)\end{aligned}\quad (1)$$

式中, $E = at^2$, $\det = (144/\pi)a^3t^5$,

$$S = 2\sqrt{aE}, \quad \sigma^2 = (6/\pi^2)\langle m^2 \rangle \sqrt{aE}.$$

取: $f(\pi) = 1/2$,

$$f(J) = (2J + 1)/2\sigma^2 \exp[-J(J + 1)/2\sigma^2]$$

E 是核的激发能, S 是熵, t 为核的温度, a 为能级密度参数, σ^2 是描述自旋分布的一个参量, 称为自旋切割因子, $\langle m^2 \rangle$ 是单粒子态在费米面的角动量投影的平方平均.

理论上估算参数 a 和自旋切割因子是困难的, 只有在很简单的核模型下才能做到. 依据费米气体模型 $a \approx (A/16)\text{MeV}^{-1}$, $\sigma^2 = I_{\text{eff}}t/\hbar^2$, 其中有效转动惯量 $I_{\text{eff}} = 2Mr^2A^{5/3}/5$, 这些结果与实验有较大偏差, 因而, 一般通过拟合共振能级数及平均共振参数等实验数据确定能密度参数, 拟合方法可参见文献[5].

实验数据拟合所得 a/A 比值, 并不是费米气体模型计算的常数值, 而是在直线附近有一定涨落, 特别在满壳核附近偏差更大, 这一偏差可定性地归因于核壳结构的影响.

核的超导模型证明, 由于对效应, 偶偶核在费米能上面有一个能隙, 满壳更有一个大的能隙, 因而匀能近似不符这一实际. 早在 50 年代, Newton 等就指出费米气体模型能级密度公式与实验的偏差, 重要原因是核壳效应的影响[2].

3 常温费米型 Gilbert-Cameron 公式 (CTFGM)[3]

仔细研究了对效应和壳效应对能级密度的影响, 并指明 Bethe 公式不适用于低激发能区后, Gilbert 和 Cameron 于 60 年代提出了一个高低分开的混合半经验公式

$$\rho(E) = \begin{cases} \rho_1(E) & E \leq E_x \\ \rho_2(E) & E > E_x \end{cases} \quad (2)$$

$$\rho_1(E) = \frac{1}{T} \exp\left(\frac{E - E_0}{T}\right)$$

$$\rho_2(E) = \frac{1}{12\sqrt{2}\sigma a^{1/4}U^{5/4}} \exp(2\sqrt{aU})$$

为考虑对效应影响, 式中 U 取为有效激发能

$$U = E - \Delta, \quad \Delta = P(Z) + P(N) \quad (3)$$

$P(Z)$ 和 $P(N)$ 称为对修正参数. 壳效应的影响计入能级密度参数中, 取

$$a = (0.00917S + K)A, \quad S = S(Z) + S(N) \quad (4)$$

$$K = \begin{cases} 0.142 & \text{对球形核} \\ 0.12 & \text{对变形核} \end{cases} \quad (5)$$

式中, $S(Z)$ 和 $S(N)$ 称为壳修正参数. 自旋切割因子取为

$$\sigma^2 = 0.0888(aU)^{1/2}A^{2/3} \quad (6)$$

高低能连接点 E_x 的值决定于

$$U_x = 2.5 + 150/A \quad (7)$$

$$E_x = U_x + P(Z) + P(N) \quad (8)$$

$\rho_1(E)$ 中的 E_0 由 $E = E_x$ 处 $\rho_1(E_x)$ 和 $\rho_2(E_x)$ 决定, 即

$$E_0 = E_x - T \cdot \lg(T\rho(U_x)) \quad (9)$$

CTFGM 公式在低激发能区采用常温区公式, 克服了 Bethe 公式在低能段存在的问题, 它采用四个参数 $P(Z)$ 、 $P(N)$ 、 $S(Z)$ 、 $S(N)$, 计入了壳修正和对修正, 是对 Bethe 公式的一大改进, 但存在参数较多和高低能区连接点数据可能不连续的问题.

4 返移 (Beck-Shifted) 费米型公式 (BSFGM)

这是用另一种方法处理壳效应的半经验公式. 为克服费米气体 Bethe 公式低能发散的困难, Dilg 等提出了费米面返移效应[4], 引入新参量 t , 定义核温为

$$E = at^2 - t \quad (10)$$

并将费米气体模型公式中的分母 E 换成 $E + t$, 则避免了 $E \rightarrow 0$ 时的发散. 此外, 经验公式的另一重要改进是, 将公式中的激发能换成等效激发能.

$$E = U - \Delta \quad (11)$$

Δ 就是为补偿壳效应对效应而引进的修正项,即补偿费米能面上的能隙. 这样,能级密度表示为:

$$\rho(U) = \frac{1}{12\sqrt{2}} \frac{1}{\sigma a^{1/4}} \frac{\exp[2(a(U-\Delta))^{1/2}]}{(U-\Delta+t)^{5/4}} \quad (12)$$

$$\rho(U, J) = \rho(U) f(J) \quad (13)$$

公式中的参量是 a 和 Δ , 应用较为方便. 黄忠甫等人用 1972~1987 的较新和精度较高的实验数据, 分析拟合了一套质量范围在 17 到 253 之间 334 个核素的 BSFGM 公式的能级密度参数 a 和 Δ ^[5], 并已收入 CENPL 库中.

5 广义超流型 Ignatyuk-Smirekin-Tishin 公式

近 20 年来, 一些学者将核结构的许多重要性质引入广义超流模型 (Generalized Superfluid Model), 即 GSM 型公式或称 Ignatyuk 公式中^[6,7], 主要是在能级密度中计入对关联、壳效应和集体运动的影响, 能级密度形式取为

$$\rho(E) = \rho_{qp}(U) K_{vib}(U) K_{rot}(U) \quad (14)$$

式中, ρ_{qp} 为公式 (1) 表示的准粒子能级密度, K_{vib} 为由于振动激发而引入的增强因子, K_{rot} 为旋转反应引入的增强因子, U 是有效激发能, 它与核的激发能 E 的关系为

$$U = E + n\Delta_0 + \delta_{shift} \quad (15)$$

式中, $n=0$ (偶偶核), 1 (奇 A 核) 或 2 (奇奇核), δ_{shift} 是激发能的能移, 是为补偿集团增强和对效应而引入的修正, Δ_0 是对修正参数, 它与从超流态转变到正常态临界温度 t_{cr} 的关系为

$$t_{cr} = 0.567\Delta_0 \quad (16)$$

在 GSM 中, 为考虑核的壳结构影响, 提出了能级密度参量 a 与能量相关的表达式

$$a(E, z, a) = \begin{cases} \tilde{a}(A) \left\{ 1 + \frac{[f(U - E_{cond}) \delta\epsilon_0(z, a)]}{(U - E_{cond})} \right\} & U \geq E_{cr} \\ a_{cr} & U < E_{cr} \end{cases} \quad (17)$$

式中, $\tilde{a}(A)$ 为能级参量 a 在高激发能的渐近值, $\delta\epsilon_0(z, a)$ 是核束缚能的壳修正. 函数 $f(u)$ 确定 a 在低激发能的特征. E_{cond} 是凝聚能. 这些量的表示式为

$$f(U) = 1 - \exp(-rU) \quad (18)$$

$$(r = 0.40a^{-1/3} \text{MeV}^{-1})$$

$$E_{cond} = \frac{3}{2\pi^2} a_{cr} \Delta_0^2 \quad (19)$$

能级密度分两能区处理, 在高于临界温度 t_{cr} 区域, 能级密度中的 U 用 $U - E_{cond}$ 代替 (也适用于 t_{cr} 点). 对于 $U < U_{cr}$, 前述的相关参量可表示为

$$S = S_{cr}(t_{cr}/t)(1 - \varphi^2) \quad \sigma^2 = \sigma_{cr}^2(1 - \varphi^2)$$

$$det = det_{cr}(1 - \varphi^2)(1 + \varphi^2)^2$$

$$t = t_{cr}\varphi/th^{-1}\varphi \quad (20)$$

式中, $\varphi = (1 - U/U_{cr})^{1/2}$. 对于在临界点的 a_{cr} 值, 可由下式迭代解出

$$a_{cr} = \tilde{a}(A) \left\{ 1 + \frac{\delta\epsilon_0[1 - \exp(-ra_{cr}t_{cr}^2)]}{a_{cr}t_{cr}^2} \right\} \quad (21)$$

式中, $\delta\epsilon_0, r$ 定义和 (17)、(18) 式相同. 对于参量 $\tilde{a}(A)$ 和 Δ_0 , 当 $A \geq 50$ 时, 可由下式估算.

$$\tilde{a}(A) = (0.073A + 0.115A^{2/3}) \text{MeV}^{-1}$$

$$\Delta_0 = 12A^{-1/2} \text{MeV}^{-1} \quad (22)$$

参量 δ_{shift} 应从低端能级和共振能级估算, 一般对双幻核, $\delta_{shift} \approx 0.5 \text{MeV}^{-1}$.

GSM 公式中的三个参量 $\tilde{a}(A), \Delta_0$ 和 δ_{shift} , 虽可从上式作估算, 但实际数值应从实验数据拟合而得. 上述估算可作为多参量联合拟合时的输入初值.

增强因子 K_{vib} 和 K_{rot} 的表示式为

$$K_{vib} = \exp[\delta S - (\delta U/t)]$$

$$K_{rot} = \begin{cases} \tau_{\perp} t & \text{变形核} \\ 1 & \text{球形核} \end{cases} \quad (23)$$

式中 τ_{\perp} 是转动惯量的垂直分量, δU 和 δS 是由于集体激发引起的激发能和熵的变化^[8].

能级密度参量与能量相关的唯象公式, 较好地反映了核结构的性质, 除了 GSM 公式的这一唯象表示外, 印度的 Kataria 等也提出有能级密度参量与能量相关的唯象表

示^[9,10],我国学者陆中道和卓益忠曾对 Igenatyuk 的 $a(u)$ 表示式提出改进形式,并分析了 171 个核素的参数值^[11],经 IAEA 专家咨询会议的推荐后,预计 GSM 公式将进一步受到重视.

6 结 语

能级密度的微观计算是十分必要的,不同模型的计算和比较能提供核子间相互作用和核结构更多的知识,也为唯象表示提供必要的信息.但是,能级密度的唯象处理也是重要的,这一方面是由于唯象表示比较简单,另一方面是可以参数化,方便于应用,因此继续进行唯象处理的研究是必要的,重点是尽可能和更多的实验数据作比较,以及研究参数的系统性能,同时,吸收微观计算提供的参数与核性质关联的知识改进表示方法.

自从 FGM 公式建立以来,已发展了多种描述能级密度的唯象表示式.表 1 列出几种常用公式及其所用参量.从表 1 可见,虽经 50 多年的努力,但能级密度的唯象描述,仍以 FGM 公式为基础,仅唯象地增加参量或考虑参量的能量相关性,将几十年来核理论研究发现的核结构许多重要性质计入能级密度的表示中,并从实验数据拟合参量.引进参量的方式不同,所以改进公式的程度也有所不同.但由于物理模型是相同的,因而预计各改进公式不会有太大的差别.对于各公式之间的对比,不少作者作了分析研究.文献[8]对 ¹¹⁶Sn 就 BSFGM, GSM 和常温公式作了参数拟合和分析对比.表 2 列出了所得到的 BSFGM 和 GSM 的参数.广西大学工作小组对 ¹¹⁶Sn 合和分析对比.表 2 列出了所得到的 BSFGM 和 GSM 的参数.广西大学工作小组

表 1 几种常用公式及其参量

| 公式 | 公式标号 | 参量 | 物理模型 |
|-------|------|---|---|
| FGM | (1) | a | 准粒子费米气体模型(FGM) |
| | | a, Δ | 同 FGM |
| CTFGM | (2) | $a = (0.0917S + K)A$ $\Delta = P(Z) + P(N)$ $S = S(z) + S(n)$ | 低能区用常温经验公式 Δ 计入对修正 S 计入壳修正 |
| BSFGM | (12) | a, Δ | 同 FGM Δ 补偿壳效应对修正 |
| GSM | (14) | \bar{a}, Δ, δ | 同 FGM a 与能量相关,三参量计入壳效应,对修正,集因效应 |

表 2 ¹¹⁶Sn 的能级密度参量

| 公式 | 文献 | $a(\bar{a})(\text{MeV}^{-1})$ | $\Delta(\text{MeV})$ | $\delta(\text{MeV})$ | x^2 |
|-------|-----|-------------------------------|----------------------|----------------------|---------|
| CTFGM | * | 14.49 | 2.211 | | 43 |
| BSFGM | * | 12.9 | 1.435 | | 203 |
| | [8] | 12.8 | 1.55 | | 230~490 |
| GSM | * | 12.88 | 1.114 | 0.666 | 103 |
| | [8] | 12.9 | 1.114 | 0.67 | 20~310 |

* 广西大学工作小组

于参量的系统学研究. 究竟哪个公式的参量更好地描述能级密度, 显然, 仅对¹¹⁶Sn 的拟合是不能下结论的, 这需综合较多的对比研究才能作判断.

参 考 文 献

- 1 Bohr A, Motelson B R. Nuclear Structure V II, New York Benjamin, 1975
- 2 Newton T D. Can: J. Phys., 1956, 34 : 804
- 3 Gilbert A, Cameron A G W. Can. J. Phys., 1965, 43 : 1446
- 4 Wilg W, et al. Nucl. Phys., 1973, A217 : 269
- 5 黄忠甫等. Chinese J. Nucl. Phys., 1991, 13(2) : 147
- 6 Ignatyuk A V. INDC-233L(1985)
- 7 Huizenga J R, Moretto L G. Ann. Rev. Nucl. Sci., 1972, 22 : 42
- 8 Ignatyuk A V, et al. Phys. Rev., 1993, C47 : 1504
- 9 Kataria S K, et al. Phys. Rev., 1978, C18 : 549
- 10 Ramamurthy V S, et al. IAEA-190, 1976, 2 : 117
- 11 陆中道, 卓益忠. 原子能科学技术 1980, 3 : 343

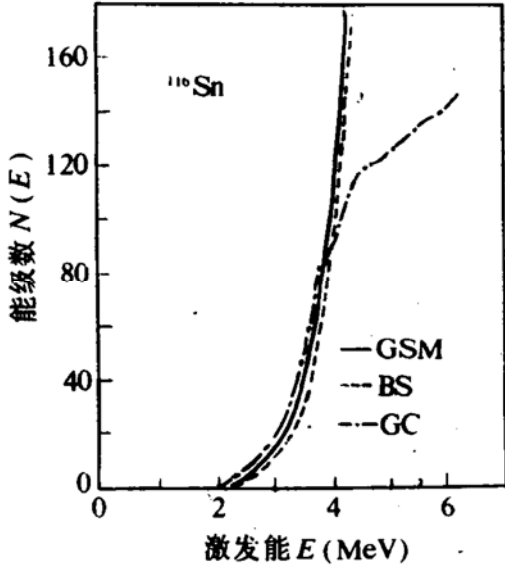


图 1

对¹¹⁶Sn 就 BSFGM, CTFGM 和 GSM 的参数, 用同一实验数据和分析方法作了拟合, 结果列于表 2 和图 1. 不同的公式所得的能级密度参数用于理论外推计算其它物理量, 或用

Nuclear Level Density Phenomenological Expressions and Its Parameters

Qiu Guochun

(Department of Physics, Guangxi University, Nanning 530004)

Abstract A discussion on the nuclear level density phenomenological formulae originates from the Fermi-gas model formula considering the shell effects, pairing correlations and collectivity of the nuclei.

Key Words nuclear level density formula, nuclear level density parameter.