

纵向阻尼系统的一些问题讨论

徐建铭

(中国科学院高能物理研究所 北京 100080)

摘要 本文论述了探测束团相位以控制校正电压的纵向阻尼系统的有关问题。结果表明,如果直接用测得的束团相位偏离 $\Delta\varphi$ 去控制校正电压,则阻尼效率极低。只有用 $d\Delta\varphi/dt$ 讯号或把 $\Delta\varphi$ 讯号延迟约 $1/4$ 纵向振荡周期后再去控制校正电压,才能有效地完成纵向阻尼。

关键词 纵向阻尼, 阻尼系统, 阻尼速度。

1 引言

文献[1]讨论了正比纵向阻尼系统和常电压纵向阻尼系统的工作原理。该文介绍的情况是测量束团的能量偏离 $\Delta E/E_s$, 用它来控制校正装置的校正电压, 以校正 ΔE , 达到阻尼束团纵向相干振荡的目的。 E_s 是加速器的同步能量, 束团中心能量是 E , 而 $\Delta E = E - E_s$ 。在不少加速器中, 能量偏离的测量灵敏度低于束团相角偏离的测量灵敏度因为束团能量偏离是借助于束团中心径向位置探测器测量的。束团中心轨道径向位置偏离 ΔX 正比于束团的能量偏离,

$$\Delta X = \eta_x \left(\frac{\gamma}{1 + \gamma} \right) \left(\frac{\Delta E}{E_s} \right) \quad (1)$$

式中 η_x 是当地的径向色散函数, γ 是粒子相对论能量因子。当 $\gamma \gg 1$ 时, $\Delta X = \eta \Delta E/E_s$ 。一般来说, η 是米的数量级, 如果要求 $\Delta E/E_s$ 的测量灵敏度是 10^{-5} , 则相应的 ΔX 测量灵敏度仅为 $10 \mu\text{m}$ 。如果束团位置探测器的灵敏度是 $50 \mu\text{m}$, 则相应的 $\Delta E/E_s$ 的测量灵敏度只有 5×10^{-5} 。则只有当 $\Delta E/E_s > 5 \times 10^{-5}$ 时, 阻尼系统才工作。

相干振荡的相角偏离振幅 $\Delta\varphi$ 和相对应的能量偏离振幅 $\Delta E/E_s$ 之间的关系为

$$\Delta\varphi = \frac{h\eta}{\beta^2 v_s} \left(\frac{\Delta E}{E_s} \right) \quad (2)$$

式中, $\Delta\varphi$ 是束团中心相角 φ 相对于同步相角

φ_s 的偏离, 即 $\Delta\varphi = \varphi - \varphi_s$, $\Delta\varphi$ 是它的幅值, h 是倍频系数, β 是束团的相对论速度, v_s 是粒子回旋一圈纵向振荡的周期数, 它的表示式是

$$v_s = \left[\frac{-ZeV_s h\eta}{2\pi E_s \beta^2} \cos\varphi_s \right]^{1/2} \quad (3)$$

式中, Ze 是粒子的电荷, V_s 是加速电压的幅值, η 如下式所示,

$$\eta = \frac{1}{\gamma_c^2} - \frac{1}{\gamma^2} \quad (4)$$

其中, γ_c 是加速器临界能量的相对论能量因子。对有些加速器, 能量偏离幅值 $\Delta E/E_s$ 为 10^{-4} 所对应的 $\Delta\varphi$ 为几度, 而相角测量的灵敏度约为半度, 所对应的 $\Delta E/E_s$ 为 10^{-5} 。显然, 相角的测量灵敏度高于能量测量灵敏度。在这类加速器上, 自然通过测量 $\Delta\varphi$ 来控制校正电压, 以提高阻尼系统的灵敏度。

下面的分析表明, 当校正系统的功能是校正 ΔE 时, 直接利用测得的 $\Delta\varphi$ 讯号控制校正电压, 则阻尼效率很低, 是不可取的。只有或者先利用 $d\Delta\varphi/dt$ 讯号, 或者把 $\Delta\varphi$ 讯号延迟 $1/4$ 相振荡周期, 再去控制校正电压, 才能有效地阻尼相干振荡。这一情况, 对正比阻尼系统和常电压阻尼系统都是一样的。

2 用 $\Delta\varphi$ 讯号控制校正电压

下面将采用和文献[1]相同的分析方法和符号。沿中心轨道依次安放有束团探测装置(p)、校正装置(k)和主加速腔(c)。束团中

心在相空间的座标为 $\Delta\varphi_{p,n}$ 、 $(\Delta E/E_s)_{p,n}$ ，下角标“p,n”表示是第 n 次通过探测装置时的相关参数。如下角标为“k,n”，则表示是第 n 次通过校正装置的参数。

束团第 n 次通过校正装置时，正比阻尼系统的校正电压 $V_{k,n}$ 正比于探测装置测得的相角偏离 $\Delta\varphi_{p,n}$ 即

$$V_{k,n} = G' \Delta\varphi_{p,n} \quad (5)$$

在校正电压的作用下，束团能量的改变为

$$\delta E_n = ZeV_{k,n} = K' \Delta\varphi_{p,n} \quad (6)$$

$$K' + ZeG' \quad (7)$$

因此，校正装置的纵向转换矩阵 M_k 的表示式是

$$M_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \frac{K'}{E_s} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} M_{pk}^{-1} \quad (8)$$

M_{pk} 是从束团相位探测装置到校正装置的纵向转换矩阵。一圈的转换矩阵 M 的表示式是

$$M = M_{cp} M_c M_{kc} M_k M_{pk}$$

式中， M_{cp} 、 M_{kc} 和 M_{pk} 分别是主加速腔到束团探测装置、从校正装置到主加速腔和从束团探测装置到校正装置的转换矩阵， M_c 和 M_k 分别是主加速腔和校正装置的转换矩阵。把(8)式代入上式，便得到

$$M = M_0 + M_{cp} M_c M_{kc} \frac{K'}{E_s} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$M = M_0 + M_{kp} \frac{K'}{E_s} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (10)$$

式中， M_0 是没有阻尼作用时，一圈的纵向转换矩阵， $M_0 = M_{cp} M_c M_{kc} M_{kp}$ ， M_{kp} 是从校正装置到束团探测装置的转换矩阵， $M_{kp} = M_{cp} M_c M_{kc}$ 。 M_0 和 M_{kp} 的表示式分别是

$$M_0 = \begin{pmatrix} \cos\mu_0 + \alpha_p \sin\mu_0 & \beta_p \sin\mu_0 \\ -\gamma_p \sin\mu_0 & \cos\mu_0 - \alpha_p \sin\mu_0 \end{pmatrix} \quad (11)$$

$$M_{kp} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{\beta_p}{\beta_k}} (\cos\varphi_{kp} + \alpha_k \sin\varphi_{kp}) & \sqrt{\beta_p \beta_k} \sin\varphi_{kp} \\ \frac{1}{\sqrt{\beta_p \beta_k}} [(\alpha_k - \alpha_p) \cos\varphi_{kp} - (1 + \alpha_k \alpha_p) \sin\varphi_{kp}] & \sqrt{\frac{\beta_k}{\beta_p}} (\cos\varphi_{kp} - \alpha_p \sin\varphi_{kp}) \end{pmatrix} \quad (12)$$

$$M = \begin{pmatrix} \cos\mu_0 + \alpha_p \sin\mu_0 + \frac{K'}{E_s} \sqrt{\beta_p \beta_k} \sin\varphi_{kp} & \beta_p \sin\mu_0 \\ -\gamma_p \sin\mu_0 + \frac{K'}{E_s} \sqrt{\beta_k \beta_p} (\cos\varphi_{kp} - \alpha_p \sin\varphi_{kp}) & \cos\mu_0 - \alpha_p \sin\mu_0 \end{pmatrix} \quad (13)$$

(11)式中， μ_0 是没有阻尼作用时，一圈内纵向振荡的相移， $\mu_0 = 2\pi\nu_s$ 。 φ_{kp} 是从校正装置到束团探测装置的相移。 α_p 、 β_p 、 γ_p 是探测装置处的纵向 Twiss 参数，而 α_k 、 β_k 、 γ_k 则是校正装置处的相应参数。把 M_0 和 M_{kp} 的表示式代入(10)式，得到式(13)。

相干振荡振幅的阻尼速度由矩阵 M 的本征值 λ 决定。从式(13)可求得 λ 表示式为

$$\lambda = [1 - \frac{K'}{E_s} \sqrt{\beta_p \beta_k} \sin\varphi_{kp}]^{\frac{1}{2}} e^{\pm i\mu} \quad (14)$$

式中， φ_{pk} 是从探测装置到校正装置的纵向相移， μ 是有阻尼作用时，一圈中的纵向相移。

阻尼速度是每圈 $K'/2E_s \sqrt{\beta_p \beta_k} \sin\varphi_{kp}$ 。相干振荡振幅的变化形式是

$$\left(\frac{\Delta E}{E_s}\right)_n = \left(\frac{\Delta E}{E_s}\right)_0 \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{K'}{E_s} \sqrt{\beta_p \beta_k} \sin\varphi_{kp} n\right) \quad (15)$$

式中， ΔE_n 和 ΔE_0 分别是 ΔE_n 和 ΔE_0 的振幅。如果要求经过 N 圈，振荡振幅阻尼到初始值的 e^{-q} ，则要求

$$\frac{K'}{2E_s} \sqrt{\beta_p \beta_k} \sin\varphi_{kp} N = q \quad (16)$$

下面将推导纵向 Twiss 参数及相移和加速器参数间的关系，以最后确定阻尼系统的

参数. 在小角度近似下, 相角误差为 $\Delta\varphi$ 的粒子通过主加速腔, 能量误差将改变 δE , $\delta E = ZeV_a[\sin(\varphi_s + \Delta\varphi) - \sin\varphi_s] \cong ZeV_a\Delta\varphi \cos\varphi_s$, 相角没有变化. 主加速腔的转换矩阵 M_c 是

$$M_c = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{ZeV_a \cos\varphi_s}{E_s} & 1 \end{pmatrix} \quad (17)$$

能量相对误差为 $\Delta E/E_s$ 的粒子通过长度 l 的纵向漂移后, 相角误差将改变 $\delta\varphi$, 能量误差没有变化. 而

$$\delta\varphi = \frac{d\varphi}{dt} \frac{l}{\beta c} \quad (18)$$

已知

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{h\eta}{\beta^2} \omega_s \frac{\Delta E}{E_s} \quad (19)$$

式中, ω_s 是同步粒子回旋的角速度, 把(19)式代入(18)式, 得到

$$\delta\varphi = \frac{2\pi h\eta}{\beta^2} \frac{l}{L} \frac{\Delta E}{E_s} \quad (20)$$

式中, $L = 2\pi/\omega_s\beta c$. 由(20)式可求得长度为 l 的纵向漂移段的转换矩阵 M_l 的表示式为

$$M_l = \begin{pmatrix} 1 & \frac{2\pi h\eta}{\beta^2} \frac{l}{L} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (21)$$

利用(17, 21)式, 便得到(22, 23, 24)式

$$M_0 = \begin{pmatrix} 1 - \mu_0^2 \frac{l_{cp}}{L} & \frac{2\pi h\eta}{\beta^2} \left[\frac{l_{pc}}{L} (1 - \mu_0^2 \frac{l_{cp}}{L} + \frac{l_{cp}}{L}) \right] \\ \frac{ZeV_a \cos\varphi_s}{E_s} & 1 - \mu_0^2 \frac{l_{cp}}{L} \end{pmatrix} \quad (22)$$

$$M_{kp} = \begin{pmatrix} 1 - \mu_0^2 \frac{l_{cp}}{L} & \frac{2\pi h\eta}{\beta^2} \left[\frac{l_{kc}}{L} (1 - \mu_0^2 \frac{l_{cp}}{L}) + \frac{l_{cp}}{L} \right] \\ \frac{ZeV_a \cos\varphi_s}{E_s} & 1 - \mu_0^2 \frac{l_{cp}}{L} \end{pmatrix} \quad (23)$$

$$M_{pk} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{\beta_k}{\beta_p}} (\cos\varphi_{pk} + \alpha_p \sin\varphi_{pk}) & \sqrt{\beta_p \beta_k} \sin\varphi_{pk} \\ \frac{1}{\sqrt{\beta_p \beta_k}} [(\alpha_p - \alpha_k) \cos\varphi_{pk} - (1 + \alpha_p \alpha_k) \sin\varphi_{pk}] & \sqrt{\frac{\beta_p}{\beta_k}} (\cos\varphi_{pk} - \alpha_k \sin\varphi_{pk}) \end{pmatrix} \quad (25)$$

$$M_{pk} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{2\pi h\eta}{\beta^2} \frac{l_{pk}}{L} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (24)$$

式中, l_{cp} 、 l_{pc} 、 l_{kc} 、 l_{pk} 分别是加速腔到探测装置、探测装置到加速腔、校正装置到加速腔和从探测装置到校正装置的中心轨道长度. M_{pk} 也可表示为(25)式

比较(24)、(25)式得到

$$\sqrt{\beta_p \beta_k} \sin\varphi_{pk} = \frac{2\pi h\eta}{\beta^2} \frac{l_{pk}}{L} \quad (26)$$

把式(26)代入式(16), 化为

$$K' = q \frac{2E_s}{\frac{2\pi h\eta}{\beta^2} \frac{l_{pk}}{L} N} \quad (27)$$

把(7)、(27)式代入(5)式, 便得到校正电压的表达式

$$V_{k,n} = \frac{2E_s q}{Ze \frac{2\pi h\eta}{\beta^2} \frac{l_{pk}}{L} N} \Delta\varphi_{p,n} \quad (28)$$

起始时相干振荡的振幅最大, 校正电压也最高.

$$V_{\max} = \frac{2E_s q}{Ze \frac{2\pi h\eta}{\beta^2} \frac{l_{pk}}{L} N} \widehat{\Delta\varphi_{p,0}} \quad (29)$$

把(2)式代入上式, 可得

$$V_{\max} = \frac{2q}{NZe} \frac{1}{2\pi\nu_s \frac{l_{pk}}{L}} \widehat{\Delta E_0} \quad (30)$$

当采用 $\Delta E_s/E_s$ 讯号控制校正电压时, $V_{\max} =$

$2q/NZe \widehat{\Delta E}_0$ (见文献[1]), 二者相差一个因子 $1/[2\pi\nu_s(l_{pk}/L)]$. ν_s 是个量级为 10^{-3} 的小量, 所以如用 $\Delta\varphi_n$ 控制校正电压所要求的 V_{\max} 远大于用 $\Delta E_n/E_s$ 控制校正电压的要求值, 尽管阻尼速度相同.

下面分析常电压阻尼系统^[2]的情况. 纵向振荡的 Courant-Snyder 不变量 A_n^2 表示为

$$A_n^2 = \gamma_k(\Delta\varphi_{k,n})^2 + 2\alpha_k(\Delta\varphi_{k,n})\left(\frac{\Delta E}{E_s}\right)_{k,n} + \beta_k\left(\frac{\Delta E}{E_s}\right)_{k,n}^2 \quad (31)$$

通过校正装置后, 束团中心的 $\Delta\varphi_{k,n}$ 没有变化, $\Delta E_{k,n}$ 改变了 δE_n . 因此, 第 n 次通过校正装置, A_n 的改变量是

$$\Delta A_n = \frac{1}{A_n} [\alpha_k \Delta\varphi_{k,n} + \beta_k \left(\frac{\Delta E}{E_s}\right)_{k,n}] \frac{\delta E_n}{E_s} \quad (32)$$

推导上式时, 忽略了小量 $(\delta E_n/E_s)$ 的二次项. $\Delta\varphi_{k,n}$ 和 $(\Delta E/E_s)_{k,n}$ 的表示式分别是

$$\Delta\varphi_{k,n} = A_n \sqrt{\beta_k} \sin\theta_{k,n} \quad (33)$$

$$\left(\frac{\Delta E}{E_s}\right)_{k,n} = \frac{A_n}{\sqrt{\beta_k}} (\cos\theta_{k,n} - \alpha_k \sin\theta_{k,n}) \quad (34)$$

把上述二式代入(32)式, 便得到

$$\Delta A_n = \sqrt{\beta_k} \cos\theta_{k,n} \frac{\delta E_n}{E_s} \quad (35)$$

上式中, $\theta_{k,n}$ 是第 n 次通过校正装置时, 束团中心相干振荡的相角. $\theta_{k,n} = n\mu_0 + \theta_{k,0}$, $\theta_{k,0}$ 是起始相角. 如果用 $\Delta\varphi_{p,n}$ 讯号来控制校正电压, 则在常电压阻尼系统中校正电压 V_n 的表示式是

$$V_n = V_0 \frac{|\Delta\varphi_{p,n}|}{\Delta\varphi_{p,n}} \quad (36)$$

校正电压的大小是 V_0 , 为一常数, 符号由 $\Delta\varphi_{p,n}$ 决定. 因此,

$$\delta E_n = ZeV_n = ZeV_0 \frac{|\sin\theta_{p,n}|}{\sin\theta_{p,n}} \quad (37)$$

把上式代入式(35), 得到

$$\Delta A_n = \frac{ZeV_0}{E_s} \sqrt{\beta_k} \frac{\cos\theta_{k,n}}{\sin\theta_{p,n}} |\sin\theta_{p,n}| \quad (39)$$

考虑到 $\cos\theta_{k,n} = \cos(\theta_{p,n} + \varphi_{p,k})$, 其中 $\varphi_{p,k} < \mu_0 \ll 1$. 于是

$$\Delta A_n = \frac{ZeV_0}{E_s} \sqrt{\beta_k} (\cot\theta_{p,n} - \varphi_{p,k}) |\sin\theta_{p,n}| \quad (40)$$

而

$$A_n = A_0 + \frac{ZeV_0}{E_s} \sqrt{\beta_k} \sum_{n=1}^N (\cot\theta_{p,n} - \varphi_{p,k}) |\sin\theta_{p,n}| \quad (41)$$

如果要求经过 N 圈以后, 相干振荡幅阻尼到起始值的 $e^{-\nu}$, $A_N = A_0 e^{-\nu}$, 则要求

$$\sum_{n=1}^N \frac{ZeV_0}{E_s} \sqrt{\beta_k} [\varphi_{p,k} - \cot\theta_{p,n}] |\sin\theta_{p,n}| = A_0(1 - e^{-\nu}) \quad (42)$$

在上式中, $\sum_{n=1}^N [\varphi_{p,k} - \cot\theta_{p,n}] |\sin\theta_{p,n}|$ 可用 $\sum_{n=1}^N \varphi_{p,k} |\sin\theta_{p,k}|$ 来代替, 因为 $N \gg 2\pi/\mu_0$. 于是上式化为

$$\frac{2NZeV_0}{\pi E_s} \sqrt{\beta_k} \varphi_{p,k} = A_0(1 - e^{-\nu}) \quad (43)$$

考虑到

$$\left(\frac{\Delta E}{E_s}\right)_{p,0} = \frac{A_0 \sqrt{\beta_p}}{\sqrt{1 + \alpha_p^2}} \quad (44)$$

从(11)、(22)式可求出 α_p 的表示式为

$$\alpha_p = \frac{\mu_0}{2} \frac{(l_{pc} - l_{cp})}{L} \ll 1 \quad (45)$$

$$\left(\frac{\Delta E}{E_s}\right)_{p,0} = A_0 \sqrt{\beta_p} \quad (46)$$

把上式代入式(43), 便得到所要求的校正电压值 V_0 的表示式为

$$V_0 = \frac{\pi(1 - e^{-\nu})}{2NZe\varphi_{p,k}} \widehat{\Delta E}_0 \sqrt{\frac{\beta_p}{\beta_k}} \quad (47)$$

若选择 $l_{pc} = l_{cp}$, 则 $\alpha_p = 0$, 从(24)、(25)式可知,

$$\sqrt{\frac{\beta_p}{\beta_k}} = \cos\varphi_{p,k} = 1 - \frac{\varphi_{pk}}{2} = 1 \quad (48)$$

所以, 在此情况下常电压阻尼系统所要求的电压值 V_0 是

$$V_0 = \frac{\pi(1 - e^{-\nu})}{2NZe\varphi_{p,k}} \widehat{\Delta E}_0 \quad (49)$$

和用 ΔE_n 讯号控制校正电压的常电压阻尼系

统相比,用 $\Delta\varphi_n$ 控制校正电压所要求的电压值多一因子 $1/\varphi_{p,k}$, $\varphi_{pk} \cong \mu_0 l_{pk}/L = 2\pi\nu_s l_{pk}/L$. 这一因子和正比阻尼系统的因子相同.

比较本节求得的校正电压的表示式 [(30)(49)式]和文献[1]所得的相对应的表示式,可知,当用 $\Delta\varphi_n$ 讯号控制校正电压时,在同样阻尼速度下,所要求的 V_{max} 或 V_0 都比用 $\Delta E_n/E_s$ 控制校正电压的情况要大一个因子 $1/[2\pi\nu_s(l_{pk}/L)]$. 由于 ν_s 一般是 10^{-3} 量级的小量,所以用 $\Delta\varphi_n$ 作控制讯号将使要求的校正电压增加很多,是不可取的方案.

这一结果发生的原因是,在纵向相干振荡过程中,在相平面上,当束团中心位于第一、三相限时, $\Delta\varphi$ 和 $\Delta E/E_s$ 符号相同. 但当处于第二、四相限时,二者符号相反. 当利用 $\Delta\varphi$ 和讯号控制校正电压时,如果在一、三相限中,校正电压能减少 ΔE_n , 起阻尼作用. 则当束团振荡到二、四相限时,由于 $\Delta\varphi$ 和 ΔE 符号间的关系改变了,由 $\Delta\varphi$ 所决定的校正电压将起反阻尼作用. 这样,在二、四相限中校正电压的反阻尼作用,将抵消在一、三相限中所受到的阻尼作用. 为最终得到要求的阻尼效果,所需要的校正电压要大得多. 如果设计放大线路时,在二、四相限中时,校正电压起阻尼作用. 则当束团位于一、三相限中时,由 $\Delta\varphi$ 所决定的校正电压将起反阻尼作用,结果仍是要加大需用的校正电压.

3 用 $d\Delta\varphi/dt$ 或把 $\Delta\varphi$ 讯号延迟 $1/4$ 振荡周期控制校正电压

$$\text{已知} \quad \frac{d\varphi}{dt} = \frac{h\eta}{\beta^2} \omega_s \frac{\Delta E}{E_s}$$

$$\text{由于} \quad \frac{d\varphi_n}{dt} = \frac{d\Delta\varphi_n}{dt} \quad (50)$$

$$\text{所以} \quad \frac{d\Delta\varphi_{p,n}}{dt} = \frac{h\eta}{\beta^2} \omega_s \left(\frac{\Delta E}{E_s}\right)_{p,n} \quad (51)$$

$d\varphi_{p,n}/dt$ 和 $(\Delta E/E_s)_{p,n}$ 间只差系数 $h\eta/\beta^2\omega_s$. 用 $d\Delta\varphi_{p,n}/dt$ 去控制校正电压和直接用 $(\Delta E/E_s)_{p,n}$ 去控制差别很小. 例如,在正比阻尼系

统中如令

$$V_{k,n} = G' \frac{d\Delta\varphi_{p,n}}{dt} \quad (52)$$

即用 $d\Delta\varphi_{p,n}/dt$ 讯号控制校正电压. 那么,把 (51)式代入上式,得到

$$V_{k,n} = G \left(\frac{\Delta E}{E_s}\right)_{p,n} \quad (53)$$

$$G = G' \frac{h\eta}{\beta^2} \omega_s \quad (54)$$

(53)式表明,用 $d\Delta\varphi_{p,n}/dt$ 讯号控制校正电压等于用 $(\Delta E/E_s)_{p,n}$ 讯号去控制. 在 V_{max} 的表示式中,放大倍数 G 并不出现. 所以要求的最大校正电压将是文献[1]给出的结果.

在常电压阻尼系统中,如令

$$V_n = -V_0 \left| \frac{d\Delta\varphi_{p,n}}{dt} \right| / \frac{d\Delta\varphi_{p,n}}{dt} \quad (55)$$

把(51)式代入上式,即化为

$$V_n = -V_0 \left| \left(\frac{\Delta E}{E_s}\right)_{p,n} \right| / \left(\frac{\Delta E}{E_s}\right)_{p,n} \quad (56)$$

也表明,和用 $(\Delta E/E_s)_{p,n}$ 去控制校正电压是一样的,要求的 V_0 也将如文献[1]的结果, $V_0 = \pi/2 \cdot (1 - e^{-\tau})/NZ e \cdot \Delta E_0$. 要求的电压表示式中不再有 $1/[2\pi\nu_s(l_{p,k}/L)]$ 因子.

下面讨论用延迟的 $\Delta\varphi$ 讯号控制校正电压的情况,即用 $\Delta\varphi_{p,n-\pi/2\mu_0}$ 讯号控制 $V_{k,n}$ (正比阻尼)或 V_n (常电压阻尼). 选择 $l_{pc} = l_{cp}$, 从式 (45)可知在此情况下 $\alpha_p = 0$, 所以

$$\Delta\varphi_{p,n} = A_n \sqrt{\beta_p} \sin\theta_{p,n} \quad (57)$$

$$\left(\frac{\Delta E}{E_s}\right)_{p,n} = \frac{A_n}{\sqrt{\beta_p}} \cos\theta_{p,n} \quad (58)$$

式中, $\theta_{p,n} = n\mu_0 + \theta_{p,0}$, $\theta_{p,0}$ 是束团在探测装置处的起始相角.

$$\Delta\varphi_{p,(n-\frac{\pi}{2\mu_0})} = A_{(n-\frac{\pi}{2\mu_0})} \sqrt{\beta_p} \sin\left(\theta_{p,n} - \frac{\pi}{2}\right) \quad (59)$$

$$\text{或者} \quad \Delta\varphi_{p,(n-\frac{\pi}{2\mu_0})} = -A_{(n-\frac{\pi}{2\mu_0})} \sqrt{\beta_p} \cos\theta_{p,n} \quad (60)$$

比较(58)、(60)式,便可得到下式

$$\Delta\varphi_{p,(n-\frac{\pi}{2\mu_0})} = -\frac{A_{(n-\frac{\pi}{2\mu_0})}}{A_n} \beta_p \left(\frac{\Delta E}{E_s}\right)_{p,n} \quad (61)$$

上式表明, $\Delta\varphi_{p,(n-\pi/2\mu_0)}$ 和 $(\Delta E/E_s)_{p,n}$ 间只差一系数.

在正比阻尼系统中,可令

$$V_{k,n} = G' \Delta\varphi_{p,(n-\frac{\pi}{2\mu_0})} \quad (62)$$

把(61)式代入上式,则化为

$$V_{k,n} = -G' \frac{A_{(n-\frac{\pi}{2\mu_0})}}{A_n} \beta_p \left(\frac{\Delta E}{E_s}\right)_{p,n} \quad (63)$$

或者

$$V_{k,n} = G \left(\frac{\Delta E}{E_s}\right)_{p,n} \quad (64)$$

$$G = -G' \beta_p \frac{A_{(n-\frac{\pi}{2\mu_0})}}{A_n} \quad (65)$$

是一常数. 如果阻尼速度是每圈衰减 F , 即 $A_n = A_0 e^{-Fn}$ 则 G 化为

$$G = -G' \beta_p e^{-F\frac{\pi}{2\mu_0}} \quad (66)$$

在常电压阻尼系统中则令 $V_n = -V_0 |\Delta\varphi_{p,(n-\pi/2\mu_0)}| / |\Delta\varphi_{p,(n-\pi/2\mu_0)}|$ 考虑到关系式(61), 上式可化为

$$V_n = -V_0 \frac{|\left(\frac{\Delta E}{E_s}\right)_{p,n}|}{\left(\frac{\Delta E}{E_s}\right)_{p,n}} \quad (67)$$

(64)、(67)式表明, 用延迟 1/4 振荡周期的 $\Delta\varphi$ 讯号来控制校正电压, 和利用 $(\Delta E/E_s)$ 讯号效

果相同.

4 结 论

通过本文分析, 可知用 $\Delta\varphi_{p,n}$ 控制校正电压是不可取的, 阻尼效率很低, 为达到一定阻尼速度所需校正电压要比用 $(\Delta E/E_s)_{p,n}$ 去控制校正电压时高一个 $1/[2\pi\nu_s(l_{p,k}/L)]$ 因子.

如果想利用束团相角探测装置的讯号控制阻尼系统的校正电压, 只能或者利用 $d\Delta\varphi_{p,n}/dt$ 讯号或者利用延迟 1/4 振荡周期的 $\Delta\varphi$ [即 $\Delta\varphi_{p,(n-\pi/2\mu_0)}$] 讯号控制校正电压. 这样, 其阻尼效果和用 $(\Delta E_{p,n}/E_s)$ 讯号的情况相同. 在选定阻尼系统的工作方式时要考虑所采用的讯号, 如 $(\Delta E/E_s)_{p,n}, d\Delta\varphi_{p,n}/dt$ 或 $\Delta\varphi_{p,(n-\pi/2\mu_0)}$ 的测量精度, 还要考虑到有的工作方式, 如延迟 $\Delta\varphi$ 讯号, 并不是从一开始就发生阻尼作用, 会导致附加的相空间中发射度的稀释. 应根据具体情况, 权衡利弊得失, 最后选定.

参 考 文 献

- 1 Jianming Xu. Study on a Longitudinal Damper System, BNL-46678 1992.
- 2 Jianming Xu. Study on the Constant Voltage Damping System, Nucl. Instr. and Meth., in press.

Study on some Problems about the Longitudinal Damping Systems

Xu Jianming

(Institute of High Energy Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

Abstract Problems about the longitudinal damping systems in which the phase signals are used to control the correcting voltage are studied. The result shows that only either the $d\Delta\varphi/dt$ or $\Delta\varphi$ signal delayed by 1/4 synchrotron oscillation period can be used as the control signal in the longitudinal damping system. If the $\Delta\varphi$ signal is directly used to control the correcting voltage, the required voltage will be too large to be accepted.

Key Words longitudinal damping, damping system, damping speed, proportional damping, constant voltage damping.