

高能强子散射截面的参数化公式

冯中汉

(中国原子能科学研究院 北京 102413)

摘要 本文概述了多种高能强子散射截面参数化方法,介绍了 CERN-HERA 截面数据库,并在此基础上推荐了一套高能强子散射截面的计算公式.

关键词 截面, 强子, 参数化方法.

1 引言

强子的高能碰撞截面以及截面在高能区的渐近行为是高能物理的一个重要问题. 从60年代末周祖德和杨振宁的 Chou-Yang 模型开始,许多方法相继问世,如 Regge 理论、碰撞参数依赖方法及软硬玻密子方法等,其目标都是要解释强子反应中,截面随能量的变化关系. 在极高能区,微扰 QCD 理论也用于研究衍射散射效应. 最近的有关工作,可参考文献[6].

国外这方面的工作主要集中在 PP、PP 高能区, $\sqrt{S} > 5\text{GeV}$ 的总截面和弹性截面,运用模型理论进行研究,在符合已有的对撞机 (ISR) 能区的实验数据基础上,进行合理而可靠的理论外推至未来对撞机 (LHC/SSC) 的能区,从而估计相应截面值的大小.

众所周知,无论中能或者高能重离子碰撞研究的一个手段,就是用蒙特卡罗方法模拟反应的时空发展过程,诸如 VUU、RVUU、BUU、RBUU 和 RQMD 等. 显然这类蒙特卡罗模拟都强烈地依赖于强子碰撞截面随质心能量变化的关系,迫切地需要有既简单又符合实际的截面参数化形式.

2 碰撞截面参数化形式概述

杨振宁、周祖德建立的 Chou-Yang 模型是一个高能弹性散射的模型,从而将传统的光学模型图像推广到两个强子在反应末态的

互相穿透,从而得到高能弹性碰撞的截面值,与当时的实验数据比较也基本符合^[1]. 60年代末, Richard Lipes 等也提出了衍射模型,用来研究高能 PP 散射.

G. F. Bertsch 和 S. Das Gupta 曾提出了一个简单的核子-核子的弹性与非弹性碰撞截面参数化公式^[2].

$$\sigma_{nn}^{\text{el}}(\sqrt{S}) = \begin{cases} 55 & \sqrt{S} < 1.8993 \\ \frac{35}{1 + 100(\sqrt{S} - 1.8993)^2} & \sqrt{S} > 1.8993 \end{cases} \quad (1)$$

$$\sigma_{nn}^{\text{in}}(\sqrt{S}) = \begin{cases} 0 & \sqrt{S} < 2.015 \\ \frac{20(\sqrt{S} - 2.015)^2}{0.015 + (\sqrt{S} - 2.015)^2} & \sqrt{S} > 2.015 \end{cases} \quad (2)$$

其中, \sqrt{S} 为核子-核子质心系能量,单位为 GeV,而截面 σ 单位为 mb.

M. M. Black 和 R. N. Cahn 在 PP 和 PP 散射的截面参数化方面作了大量的工作. 他们分析了 PP 和 PP 总截面以及散射振幅实部与虚部的比值 ρ 随质心系能量变化的关系. 在 ISR 的实验数据基础上,提出一种五参数拟合的方法,并用推广到 SSC 的能量范围. 接着,分析了 PP 和 PP 的弹性散射截面,以及斜率 B 随能量的变化关系^[3]. UA1 和 UA4 以及 UA5 的实验结果也验证了 Block 和 Cahn 的截面公式. 由于 $\sqrt{S} = 540\text{GeV}$ 的截

面预言与 SPS 实验结果一致,因此可进一步推到 \sqrt{S} 为 TeV 的量级.他们还提出在极高能区弹性截面 $\propto \ln^2 S$,并进一步讨论了 PP 和 $\bar{P}\bar{P}$ 散射的截面公式以及 ρ 、 B 的参数化,在新的实验数据($5\text{GeV} < \sqrt{S} < 900\text{GeV}$)的基础上,重新得到拟合公式的参数值^[4].

Block 和 Cahn 截面参数化公式如下

$$\sigma_{\text{tot}}(\text{PP}) = A + \beta[\log^2(S/S_0) - \pi^2/4] + C\sin(\pi\mu/2)S^{\mu-1} + D\cos(\pi\alpha/2)S^{\alpha-1} \quad (3)$$

$$\sigma_{\text{tot}}(\text{P}\bar{\text{P}}) = A + \beta[\log^2(S/S_0) - \pi^2/4] + C\sin(\pi\mu/2)S^{\mu-1} - D\cos(\pi\alpha/2)S^{\alpha-1} \quad (4)$$

$$\rho(\text{PP}) = [\beta\pi\log(S/S_0) - C\cos(\pi\mu/2)S^{\mu-1} + D\sin(\pi\alpha/2)S^{\alpha-1}]/\sigma_{\text{tot}}(\text{PP}) \quad (5)$$

$$\rho(\text{P}\bar{\text{P}}) = [\beta\pi\log(S/S_0) - C\cos(\pi\mu/2)S^{\mu-1} - D\sin(\pi\alpha/2)S^{\alpha-1}]/\sigma_{\text{tot}}(\text{P}\bar{\text{P}}) \quad (6)$$

$$B^+(S) = C^+ + D^+ \log S + E^+ \log^2 S \quad (7)$$

$$B^-(S) = C^- + D^- \log S \quad (8)$$

$$\sigma_d = \frac{\sigma_{\text{tot}}^2(1 + \rho^2)}{16\pi B} \quad (9)$$

式中, \sqrt{S} (GeV)为质心系中总能量,截面 σ 的单位为 mb,各参数的取值见文献[4].

Regge 理论给出了强子高能散射总截面一个非常简单有效的参数化公式^[5],Gerhard. A. Schuler 等人^[6],讨论了强子截面模型中,截面与软或硬的玻密子以及“eikonalized QCD”模型的关系,指出了简单的 Regge-Pole 方法的不成功之处,在修改的 Regge 描述基础上,给出了总截面的参数化公式

$$\sigma_{\text{tot}} = XS^\epsilon + YS^{-\eta} \quad (10)$$

式中, $\epsilon=0.0808$, $\eta=0.4525$, X 和 Y 的取值见文献[5].这些模型的理论基础都是 Regge

理论和微扰 QCD.

在文献[7]中,给出了强子散射中,总截面、弹性截面、非弹截面统一的参数化公式

$$\sigma(P) = A + BP^n + C\ln^2 P + D\ln P \quad (11)$$

式中 P (GeV)为实验室系中入射粒子动量,截面 σ 的单位为 mb, A 、 B 、 n 、 C 、 D 为参数.

有了一种尺度因子的办法可以从核子-核子(BB 重子-重子)截面的 Block-Cahn 参数化公式,得到 BM(重子-介子)和 MM(介子-介子)的相应截面参数化公式^[7].意即 BM 截面为 BB 相应截面乘以尺度因子,MM 截面值可以用 BB 截面乘以尺度因子的平方而获得,也可以用 BM 截面乘以尺度因子加以估计.尺度因子为 $(2/3 - a/\sqrt{S})$,对于 π 介子 $a=1.13\text{eV}$,对于 k 介子 $a=3.27\text{GeV}$.对于其它强子,如果是介子就当作 π 介子处理;是重子的话就当作质子处理.

3 CERN-HERA 截面数据库

表 1 数据库中各种符号的意义

符号	意义	符号	意义
N	中子	GAM	γ
P	质子	RHO	ρ
AP	反质子	X	-
AN	反中子	X5K	+
XI	Ξ	XS	σ
S	Σ	roots	\sqrt{S}
PI	π	Plab	实验室系动量
L	Δ	ekin	质心系总动能
K	k	errxs	截面误差

此数据库是 CERN-HERA 组 1991 年编辑的.对 24 种反应给出了总截面、弹性截面和总的非弹截面,对有的反应给出了各种反应道的截面值,还给出了截面与质心系能量、质心系总动能和实验室系入射粒子动量之间的关系,以及实验值的误差和系统误差,如表 1 表 2 所示.

表 2 数据库所含截面及其能量范围

反应类型	质心系总能量范围(GeV)			不同反应道截面
	总截面(σ^{tot})	弹性截面(σ^{el})	非弹截面(σ^{in})	
$\bar{n}+n$	3.794			无
$\bar{n}+P$	1.894~3.790	2.518		有
$\bar{p}+n$	2.219~22.98	2.129~3.514	2.129~2.353	有
$\bar{p}+P$	1.900~1803	1.900~1803	1.900~900.0	有
$\gamma+n$	1.176~5.867			有
$\gamma+P$	1.110~18.54	1.153~1.306		有
k^++n	1.688~24.16			有
k^++p	1.452~24.14	1.445~18.15	1.704~18.15	有
k^-+n	1.621~24.16	1.614~3.015	1.656~1.876	有
k^-+p	1.469~24.14	1.435~18.15	1.604~36.25	有
$n+n$	1.924~4.375			无
$p+n$	1.940~26.41	2.512~24.18		有
$n+p$	1.879~22.96	2.312,3.977	2.157~25.28	有
$p+p$	1.881~62.79	2.075~62.79	2.017~62.49	有
π^++n	5.395~10.66			有
π^++p	1.105~25.27	1.321~19.79	1.427~18.14	有
π^-+n	6.205~11.10			有
π^-+p	1.105~26.36	1.105~26.00	1.460~21.68	有
k_L+p				有
Σ^-+n	11.93~16.12			无
Σ^-+p	11.92~16.10	2.139		有
Ξ^-+n	13.91,15.94			无
Ξ^-+p	13.89,15.93	13.93,16.00		无
Ξ^0+p				有

4 依据 CERN-HERA 的参数化公式

4.1 N-N 反应

N-N 反应的截面与能量 \sqrt{S} 的关系表示在图 1 和图 2 中,图中的点即为 CERN-HERA 数据库中截面的实验值,虚线是公式(3)~(9)的结果,点线是公式(1)的结果.从图中实验值可以看出,截面的值与同位旋的关系不大.因此,对 N-N 反应可以不区分同位旋作统一拟合,得出 N-N 反应弹性、非弹性截面与 \sqrt{S} 的关系如下

$$\sigma^{\text{el}}(\sqrt{S}) = \frac{100}{0.011S^{3/2} - 0.3696S + 4.297S^{1/2} - 3.446} \quad \sqrt{S} < 14 \quad (12a)$$

$$\sigma^{\text{el}}(\sqrt{S}) = 6.684 + 0.0146\sqrt{S} \quad 14 < \sqrt{S} < 70 \quad (12b)$$

$$\sigma^{\text{in}}(\sqrt{S}) = \begin{cases} \frac{29.95(\sqrt{S} - 2.015)^2}{0.0526 + (\sqrt{S} - 2.015)^2} & 2.015 < \sqrt{S} < 5 \\ 29.83 + 0.1042\sqrt{S} & 5 < \sqrt{S} < 70 \end{cases} \quad (13)$$

其中, \sqrt{S} 为质心系能量(GeV), σ 为 mb. 图 1 中实线为公式(12)的拟合曲线,图 2 中实线为公式(12)、(13)相加所得总截面的结果.

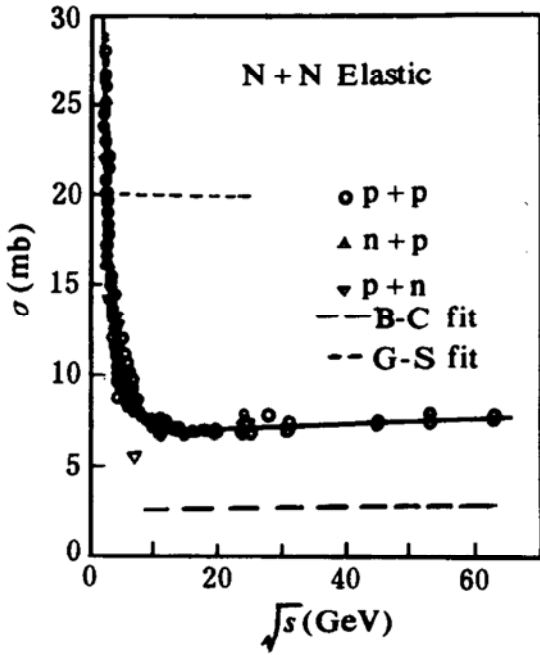


图 1

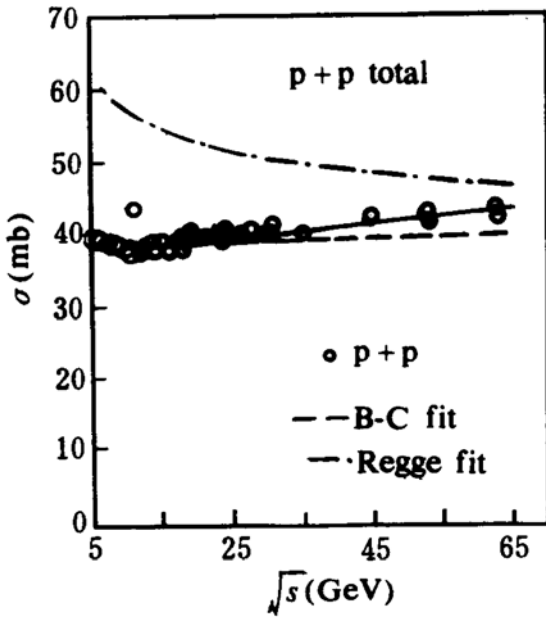


图 2

公式(1)、(9)的核子-核子弹性截面如图 1 所示. 与图 1 中的实验值相比差别较大. 由 Regge 理论和 Block-Cahn 给出的参数化公式算出的总截面如图 2 所示. 在 高能端, Regge 理论给出的参数化公式与实验较为符合, 而

低能端则差别较大, Block-Cahn 参数化公式与实验值符合的较好(参数取自文献[4,5]), 公式(12)(13)相加所得总截面与实验值符合的很好.

4.2 π -N 反应

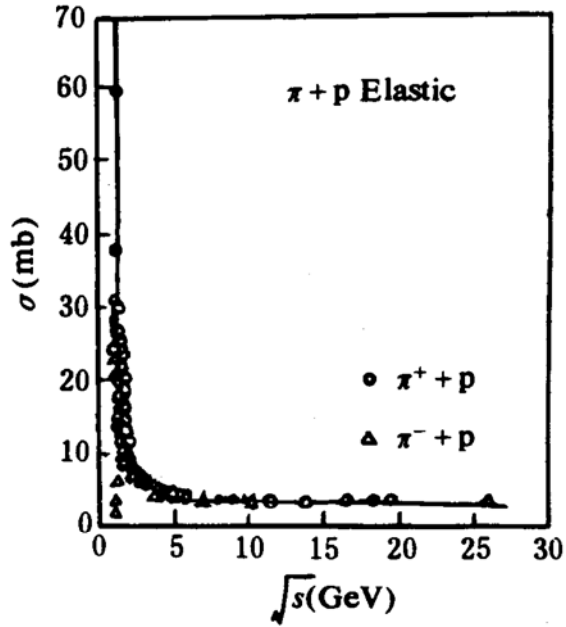


图 3

CERN-HERA 数据库中 π -N 反应截面如图 3 所示. 从数据库中的截面值可以看出, 不同同位旋的弹性、非弹性截面、总截面基本一致, 由此推断 π -N 反应的截面与同位旋关系不大, 不区分同位旋统一拟合公式为

$$\sigma^{\text{el}}(\sqrt{S}) = \begin{cases} 300.4S - 998.5\sqrt{S} + 837.3 & \sqrt{S} < 1.896 \\ \frac{100}{14.96\sqrt{S} - 1.374S - 16.84} & 1.896 < \sqrt{S} < 5.967 \\ 4.013 - 0.04382\sqrt{S} & 5.967 < \sqrt{S} < 30 \end{cases} \quad (14)$$

$$\sigma^{\pi}(\sqrt{S}) = \begin{cases} -117.4 + 83.14\sqrt{S} & \sqrt{S} < 1.72 \\ 27.74 - 1.339\sqrt{S} & 1.72 < \sqrt{S} < 5.5 \\ 20.4 & 5.5 < \sqrt{S} < 30 \end{cases} \quad (15)$$

式中, σ 的单位为 mb, 公式(14)的拟合曲线为图3中实线.

4.3 $\pi-\pi$ 反应

$\pi-\pi$ 反应的实验数据极为缺乏, 其反应截面只能用尺度因子的方法加以估计, 可由 $N-N$ 反应的截面值乘以尺度因子的平方或 $\pi-N$ 反应的截面值乘以尺度因子来估算.

文献[9]中给出 $\sigma_{\pi\pi}^{\text{tot}}$ 约为 20mb. 因此, 从分析前面两种估算方法的结果可以看出, 由 $N-N$ 反应的截面值乘以尺度因子的平方来估计 $\pi-\pi$ 反应相应截面值的大小较为合理.

最后, 感谢布鲁克海文的庞阳先生提供了 CERN-HERA 数据库.

参 考 文 献

- 1 Chou T T, Yang C N. Phys. Rev., 1968, 170: 1591
Chou T T, Yang C N. Phys. Lett., 1983, 128B: 457
- 2 Bertsch G F, Das. Gupta S. Phys. Reports., 1988, 160: 189
- 3 Block M M, Cahn R N. Rev. Mod. Phys., 1985, 57: 563
- 4 Block M M, Cahn R N. Physics Simulations at High Energy edited by V. Barger, T. Gottschalk and F. Halzen, 89(1987)(World Scientific, Singapore)
- 5 Donnachie A Landshoff P U. Total Cross Section, CERN-TH 6635/92
- 6 Schuler Gerhard. A, et al. Hadronic Diffractive Cross Section and the Rise of the Total Cross Section, CERN-TH 6637/93
- 7 Hang Pi. An event generator for interactions in particle physics, nuclei-Fritiof Version 7.0 LUPT 91-28
- 8 Martin B R, et al. Pion-Pion Interactions in Particle Physics (Academic Press, New York, 1976)

Parametric Formula of High Energy Hadronic Scattering Cross Section

Feng Zhonghan

(Institute of Atomic Energy of China, Beijing 102413)

Abstract This paper reviews the parametric methods of high energy hadronic scattering cross section and reports on the CERN-HERA cross section data library. The parametric formula of high energy hadronic cross section is suggested on the base of CERN-HERA data library.

Key Words cross section, hadrom, parametric method.