

# 裂变扩散过程中的轻粒子发射和原子核粘滞系数

陆中道

(中国原子能科学研究院 北京 102413)

**摘要** 本文介绍了裂变扩散模型. 裂变扩散过程及在此过程中的轻粒子发射用推广的 Smoluchowski 方程描写. 裂变率的时间行为存在暂态过程和与通常的核反应统计理论相一致的反应过程. 在高能重离子反应中, 暂态过程起着重要的作用, 导致轻粒子发射的增强. 文中还描述了粒子多重数的计算, 并讨论了与核温和与粘滞系数的关系. 对 $^{158}\text{Er}$ 核的理论计算并与实验测量的比较表明, 理论计算很好地再现了实验结果, 并得到 $^{158}\text{Er}$ 核的粘滞系数约为 $6.0 \times 10^{21} \text{s}^{-1}$ .

**关键词** 裂变扩散模型, 轻粒子发射, 暂态过程, 粒子多重数, 核粘滞系数.

## 1 引言

在低能核反应中, 常用 Bohr-Wheeler 公式计算裂变宽度和裂变截面, 该公式在玻尔道理论基础上推导出来. 根据玻尔道理论, 原子核无论处于基态还是处于鞍点态总是处于统计平衡状态. 考虑裂变时, 通常以鞍点为裂变点, 即认为原子核的裂变发生在鞍点上, 只要原子核的激发能大于位垒高度, 裂变就可能发生; 而原子核发射粒子只需考虑基态, 只要原子核的激发能大于基态的粒子束缚能, 就有可能发射粒子. 计算公式的不同在于所用的能级密度公式的不同. 玻尔道理论不考虑原子核的形变过程, 简单地把基态到鞍点的变形当作一个突然发生的过程, 不需要时间, 也没有粒子发射. 这一理论在低能核反应中被广泛使用. 近年来, 当把这一理论应用于较高能量的重离子碰撞反应时, 发现理论计算结果偏离实验测量值很大, 如在 $207\text{MeV } ^{16}\text{O} + ^{142}\text{Nd} \rightarrow ^{158}\text{Er}$  反应中, 测量到的中子多重数为 $4.2^{[1]}$ , 而理论计算值只有 $1.6$ .

为研究高能重离子反应中轻粒子发射增强现象, 许多人 $^{[2-6]}$ 尝试把 Kramer $^{[7]}$ 的扩散理论应用到核裂变中来, 计算和分析了裂变率及其时间行为, 得到了存在‘暂态过程’这

一重要结果 $^{[4,5]}$ . 1986年, 我们把扩散过程中的粒子发射直接引进到扩散方程, 使裂变和粒子发射得到了统一的理论描述, 并正式提出了裂变扩散模型 $^{[5]}$ . 此模型把原子核的形变过程看作为其几率在形变(相)空间中的扩散. 几率扩散用 Fokker-Planck 方程或 Smoluchowski 方程 $^{[7]}$ 描述. 很多作者已作了很多努力, 试图求解 Fokker-Planck 方程, 但除在谐振子位阱或谐振子位垒上它有解析解外 $^{[8]}$ , 对于一般的裂变位势, 既没有找到它的解析解, 也没有找到满意的数值求解方法. 相比之下, 求解 Smoluchowski 方程较为容易, 而且图像也很清晰, 它描述了形变空间中几率随时间的扩散. 我们找到了一种把扩散过程中的粒子发射直接引入这个方程的方法, 这就是推广的 Smoluchowski 方程 $^{[5,6]}$ . 这样裂变扩散过程和在此过程中的粒子发射得到了统一的理论描述.

求解扩散方程得到的裂变率不像玻尔道理论那样是个常数, 而是在开始时从小到大随时间变化, 这一段随时间变化的过程就是所谓的‘暂态过程’(transient process). 暂态过程是个非常重要的过程, 由于它的存在, 高能重离子碰撞中将出现轻粒子发射的增强.

在高能核反应中, 高的入射动能将转化

为原子核较高的激发能,而高激发的原子核往往具有很大的释放粒子的几率.当它放出一个粒子后,如果还有足够高的激发能,它还会放出粒子来,这样一直释放下去,就形成一个级连发射粒子的衰变链.我们在推广的 Smoluchowski 方程的基础上推导获得了一组级联相关的方程并计算了中子多重数<sup>[9]</sup>.粒子多重数是实验上可以直接测量计数的重要物理量.通过理论计算值与实验测量值的比较,可以验证理论模型的合理性、可靠性并可估算原子核的粘滞系数.我们对一组形成复合核<sup>158</sup>Er 的重离子核反应进行了计算,并得到<sup>158</sup>Er 核的粘滞系数约为 $6.0 \times 10^{21} \text{s}^{-1}$ .

## 2 裂变扩散过程和推广的 Smoluchowski 方程

按玻尔道核反应理论,裂变宽度和裂变截面的计算只和变形核鞍点上的能级密度及相对于位垒高度上的核激发能有关,而粒子的蒸发只跟核基态的能级密度及核激发能有关,和核的形变过程无关.这一理论对于低能核反应近似成立.因为在低能核反应中,核的激发能比较低,其形变是个非常缓慢的过程,蒸发粒子的发射率也很低.形变过程的细节并不显得重要.在整个形变过程中的粒子发射可近似当作集中在基态发射,而把核从基态到鞍点的形变过程当作‘突变’过程,不需要时间,也没有粒子发射.但当核的激发能比较高时( $>100 \text{MeV}$ ),这一理论就显示出了它的缺陷和不足.因为激发能比较高时,核的形变过程要加快,一些轻粒子蒸发几率迅速增大,特别是一些轻粒子会在核还没有变形到鞍点,还没有发生裂变之前就以较高的发射几率发射出去,造成所谓裂变前轻粒子发射的增强.显然这样的裂变和轻粒子发射与核的形变过程有关.

裂变扩散模型是描写裂变和轻粒子发射与核的形变过程有关的理论模型.在裂变扩散模型中,把核的形变作为坐标变数,把受到

裂变位势作用的原子核用形变(相)空间中的几率表示,而几率遵循一定的规律在形变(相)空间中随时间扩散.几率扩散所遵循的规律用 Fokker-Planck 方程或用 Smoluchowski 方程<sup>[7]</sup>描述.两者的差别在于前者描述几率在形变相空间(包括形变坐标及其共轭动量)中的扩散,后者描述在形变坐标中的扩散.在大粘滞系数条件下,两者一致,大粘滞系数假设是个比较合理的假设,因为核是个相对稳定的系统,和阻尼过程相比较,其变形可看作是非常缓慢的谐振子振荡过程,其振荡周期要比阻尼衰减长度长得多.核的几率扩散用位形空间中的 Smoluchowski 方程就能很好描写.核在形变过程中会蒸发出中子、质子和粒子等轻粒子.为了把这一重要的物理现象包含到扩散方程中,我们引入了推广的 Smoluchowski 方程<sup>[5]</sup>

$$\frac{\partial P(x,t)}{\partial t} = \theta \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial U(x)}{\partial x} P(x,t) + \frac{\partial P(x,t)}{\partial x} \right) - \sum_{i=n,p,\alpha,\dots} \lambda_i P(x,t) \quad (1)$$

其中, $P(x,t)$ 是在 $t$ 时刻核处于形变 $x$ 的几率, $U(x)$ 是无量纲裂变位垒函数.扩散过程和粘滞系数的关系体现在 $\theta$ 中.右边第一项表示在形变空间中的扩散,第二项表示在扩散过程中的粒子发射.核的形变由集体运动引起,粒子发射由单粒子运动引起,而单粒子运动通常要比集体运动快得多,因此可假设核在形变的每一步在能量上都已达到统计平衡,可用温度表示,并认为核处于近似恒温的‘热浴’中,核温度近似不随核形变变化.在这个假设下,粒子发射率不随核形变变化,可用核反应统计理论的有关公式计算.可看到,由公式(1)可推导和计算出裂变率、粒子多重数、粒子发射与裂变的比率等物理量.

## 3 裂变率和暂态过程

首先选择裂变点 $x_f$ .通常认为核变形到鞍点 $x_{\text{sad}}$ ,核就发生裂变,因此裂变点取在鞍

点上. 核的裂变率由下式定义,

$$\lambda_i(t) = \frac{J_i(t)}{\pi_i(t)} \quad (2)$$

其中,  $\pi_i(t)$  表示原子核存在的几率(裂变点左边的几率),  $J_i(t) = -\partial\pi_i(t)/\partial x$  表示在裂变点的几率流. 由此计算的裂变率随时间变化可由图1中最上边的一条曲线表示. 开始时, 裂变率非常小. 随后裂变率迅速上升, 越过一个峰最后到达常数值. 这个常数值就是玻尔道

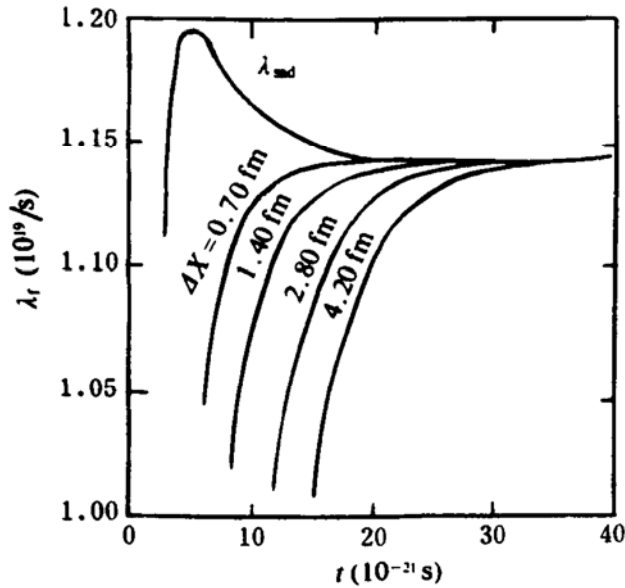


图1  $^{240}\text{Pu}$  裂变率的时间演化.  $E_i = 4\text{MeV}$ ,  $T = 2\text{MeV}$ ,  $\Delta x$  是鞍点以后的点相对于鞍点的距离

理论的结果. 此峰叫做 ‘overshooting’, 早已被很多计算所证实<sup>[4,5]</sup>. 但经我们仔细研究<sup>[9]</sup>, 发现它没有实际的物理意义. 这一结果可从图中其它曲线看出来, 这些曲线表示以鞍点以后的点作为裂变点计算出来的裂变率. 可以明显看出, 只有把裂变点取在鞍点附近时, 才会出现峰; 离开鞍点, 峰就迅速消失. 因此, 所谓 ‘overshooting’ 的出现是和裂变点位置的选取处有关. 实际的裂变发生在断点, 而断点的 ‘overshooting’ 已消失殆尽. 然而我们也看到, 无论裂变点取在何处, 开始时裂变率都比较小, 随后逐渐上升, 过了一段时间(在文献[5]中被定义为特征时间  $\tau$ ) 后趋于一个常数值——玻尔道理论的裂变率. 这才是

一种不随裂变点取处改变的物理特征. 由此表明, 裂变扩散模型和通常的核反应统计理论具有一致性的一面, 又具有完全新的物理过程——‘暂态过程’. 在暂态过程中, 一方面由于裂变率小于玻尔道理论的裂变率, 另一方面由于核的激发能很高, 粒子发射率很大, 核还没有达到裂变点就通过发射轻粒子而衰变, 从而导致轻粒子发射的增强.

#### 4 粒子多重数和原子核粘滞系数

如果原子核具有较高的激发能, 当它释放出一个粒子以后, 它还可能具有足够高的激发能通过释放粒子衰变. 这样就形成一个级联释放粒子的衰变链, 直到最后一个子核没有足够的激发能再释放粒子而只能通过裂变衰变. 这个裂变链需要一组级联相关的方程表示. 通过对方程(1)在裂变点左边积分得到级联衰变方程组<sup>[9]</sup>

$$\frac{d\pi_s(t)}{dt} = \sum_{i=n,p,a,\dots} \lambda_{i,s-1} \pi_{s-1}(t) - \left( \sum_{i=n,p,a,\dots} \lambda_{i,s} + \lambda_{j,s} \right) \pi_s(t) \quad (3)$$

$S = 1, 2, \dots, s_{\max}$

其中, 右边第二项是衰变项, 表示第  $s$  个子核通过发射粒子或通过裂变所进行的衰变, 第一项是源项, 从其母核发射粒子衰变而来. 在  $t=0$  时刻, 只有第一核存在, 其几率为1, 其它子核的几率为零. 以后不同时刻不同子核有不同的丰度. 但后一代子核的峰总比前一代迟后些, 因为后一代是由前一代产生. 而且一般来说, 由于后一代子核的激发能要比前一代的低, 后一代的峰要比前一代低些, 宽些. 伴随着后一代子核的产生, 母核释放出粒子. 随着子核激发能的逐渐减少, 子核释放粒子的能力越来越低, 放出的粒子数目越来越少.

衰变链上各子核放出某种粒子的总数目就是该种粒子的多重数. 粒子多重数是由实验直接测量的非常重要的物理量, 它和原子核的激发能以及原子核的粘滞系数密切相关. 图2表示  $207\text{MeV } ^{16}\text{O} + ^{142}\text{Nd} \rightarrow ^{158}\text{Er}$  反应

中子多重数随粘滞系数的变化. 可以看出, 中子多重数近似与粘滞系数的对数成正比, 这是因为粘滞系数越大, 扩散过程越慢, 裂变的几率越小, 而释放粒子的几率就越大. 中子多重数将随核激发能的增加而迅速增大. 这是因为核激发能增加时, 原子核的裂变率会增大, 但中子发射率增加更快, 因此暂态过程变得越来越重要, 核在到达裂变点之前, 就很快通过发射中子衰变掉.

$6.0 \times 10^{21} \text{ s}^{-1}$ .

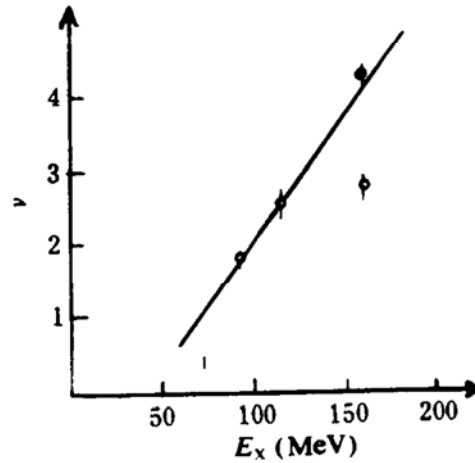


图3 复合核 $^{158}\text{Er}$ 的中子多重数随激发能的变化. ●取自 Gavron<sup>[10]</sup>的数据, ○取自 Hinde<sup>[2]</sup>的数据

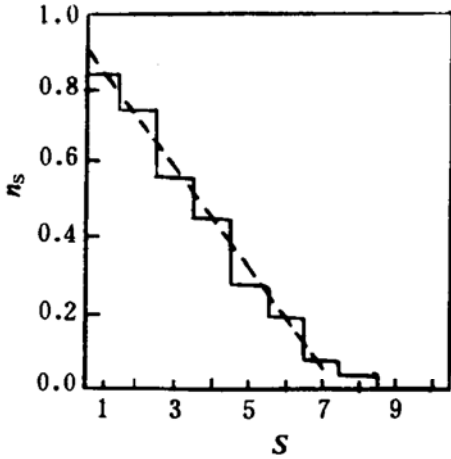


图2  $^{210}\text{Pu}$  衰变链上放出的中子数.  
 $T=2\text{MeV}, \beta=5 \times 10^{21} \text{ s}^{-1}$

### 5 小结

本文介绍了一种新的裂变模型. 它考虑了核的形变过程对于核的裂变和粒子发射的影响. 形变过程可用核的几率在形变(相)空间中随时间的扩散来描写. 我们用推广的 Smoluchowski 方程统一描述核的几率在形变空间中的扩散和在这扩散过程中的粒子发射. 此公式是裂变扩散模型的基本公式, 由它可推导和计算裂变率、粒子多重数、粒子发射与裂变的比率等物理量. 裂变率随时间变化, 开始时从小到大变化是暂态过程, 最后的常数值是和通常的核反应统计理论相一致的过程——玻尔道理论描述的过程. 在高能重离子反应中, 暂态过程起着重要的作用. 这是因为, 一方面由于暂态过程的裂变率要比用玻尔道理论计算的要小, 另一方面核有高的粒子发射率, 它在到达裂变点之前, 就通过发射粒子而迅速衰变, 导致裂变前轻粒子发射的增强.

核粘滞系数是研究核集体运动的重要参数, 可通过比较理论计算的粒子多重数与实验测量结果加以确定. Gavron<sup>[10]</sup>和 Hinde<sup>[1]</sup>提供了形成复合核 $^{158}\text{Er}$ 的一组实验数据, 分别以图3中的实心圆和空心圆表示, 实线是理论计算的曲线. 可以看到在激发能160MeV处两家的测量结果不同. 这个实验同是对  $207\text{MeV } ^{16}\text{O} + ^{142}\text{Nd} \rightarrow ^{158}\text{Er}$  反应的中子多重数进行了测量. Hinde 的测量在后, 经过重复测量验证, 这个数应为4.2, 而不是2.7, 我们的理论计算也确证4.2是个合理的数值. 按玻尔道理论计算, 这个反应的中子多重数仅为1.6, 远比实验测量值低. 这表明在高激发能下, 暂态过程确实是非常重要的过程, 有关的物理量必须用裂变扩散模型计算. 通过比较, 我们得到  $^{158}\text{Er}$  核的粘滞系数约为

粒子多重数是个非常重要的物理量, 可由实验直接测量. 它和核温及核粘滞系数有密切的关系, 随核激发能的增加而迅速增大, 近似随粘滞系数的对数增大而增大. 原子核粘滞系数是个非常重要的物理参数, 它可以

从理论计算的粒子多重数与实验测量值比较中求得. 对核  $^{158}\text{Er}$  进行计算并与实验比较表明, 理论计算很好地再现实验结果, 并得到  $^{158}\text{Er}$  核的粘滞系数约为  $6.0 \times 10^{21} \text{s}^{-1}$ . 至于此值是否适用于其它核以及核粘滞系数是否和核温有关, 需要从实验和理论两个方面以及它们的结合上作进一步的研究.

### 参 考 文 献

1 Hinder D J, et al. Phys. Rev., 1988, C37:2923

- 2 胡济民等. 高能物理与核物理, 1980, 4:368
- 3 吴锡珍等. 高能物理与核物理, 1983, 6:716
- 4 Weidenmuller H A, et al. Phys. Rev., 1984, C29:879
- 5 Lu Zhongdao, et al. Z. Phys., A—Atomic, Nuclei, 1986, 323:477
- 6 陆中道等. 原子核物理, 1988, 4:328
- 7 Kramers H A. Physica, 1940, 7:284
- 8 Lu Zhongdao, et al. Commun. in Theor. Phys. Rev., 1984, 3:323
- 9 Lu Zhongdao, et al. Phys. Rev., 1990, C42:707
- 10 Gavron A, et al. Phys. Rev., 1987, C35:579

## Light Particle Emission in Fission Diffusion Process and Nuclear Friction Constant

Lu Zhongdao

(China Institute of Atomic Energy, Beijing 102413)

**Abstract** The fission diffusion model is introduced. The diffusion process with light particle emission is expressed by extensive Smoluchowski equation. The calculation shows the time dependence of the fission rate and the existence of transient process. The transient process is very important in high energy heavy ion collisions and leads to the enhancement of the light particle emission. The particle multiplicity is also given which depends on nuclear temperature and nuclear friction constant. For heavy ion collisions forming composite nucleus  $^{158}\text{Er}$ , the calculation reproduces the experimental data quite well and the nuclear friction constant is reduced to be about  $6.0 \times 10^{21} \text{s}^{-1}$ .

**Key Words** fission diffusion model, light particle emission, transient process, particle multiplicity, nuclear friction constant.

(上接26页)

the intrinsic and effective (with collective effects) level density parameters as a function of the excitation energy for the  $^{186}\text{Os}$ ,  $^{187}\text{Ir}$ ,  $^{189}\text{Os}$  and  $^{193}\text{Au}$  deformation nuclei have been calculated in the range of the excitation energy up to 150 MeV. The calculated fission probabilities  $P_f(U)$  are consistent satisfactorily with the experimental data when a nonadiabatic estimation of the collective effects was used to calculate the nuclear level density parameters.

**Key Words** intrinsic level density parameter, effective level density parameter, fission probability.