

# 重离子裂变反应中的能级密度参数和裂变几率

刘国兴 郑纪文 陈克良 王素芳  
(中国科学院近代物理研究所 兰州 730000)

**摘 要** 本工作从 Nilsson 单粒子能级入手, 计算了形变核<sup>186</sup>Os、<sup>187</sup>Ir、<sup>189</sup>Os 和<sup>193</sup>Au 作为激发函数的固有能级密度参数  $a_{int}$  和有效能级密度参数(包括核集体运动效应) $a_{eff}$ . 由这样能量相关的能级密度参数计算的裂变几率  $P_f(U)$  与本工作的裂变几率符合很好.

**关键词** 固有能级密度参数, 有效能级密度参数, 裂变几率.

## 1 引 言

在重离子反应中, 激发复合核的衰变性质可以用统计理论描述. 有时实验结果和统计理论之间不符合, 可能是由于在统计模型的框架内作了某些不适当的近似和假设, 或者是非统计效应的影响.

重离子裂变反应过程的研究已扩展到较高能区. 但无论在哪个能区, 考察裂变和其它反应道的竞争都是很重要的. 激发核的裂变几率  $P_f(U)$  由中子和裂变宽度比率  $\Gamma_f/\Gamma_n$  决定, 而宽度  $\Gamma_n$  和  $\Gamma_f$  是能级密度参数的函数. 在统计蒸发理论框架内计算裂变几率通常是把  $a_n$  和  $a_f/a_n$  作为可调参数, 使计算的裂变几率符合实验值. 实际上, 能级密度参数, 是核形变和核激发能的函数. 所以, 为了在核反应统计理论框架内描述核裂变过程, 必须研究能级密度参数对核形变和激发能的依赖, 研究能级密度参数作为激发能函数的行为.

本工作从 Nilsson 单粒子能级入手<sup>[1]</sup>, 计算了形变核<sup>186</sup>Os、<sup>187</sup>Ir、<sup>189</sup>Os 和<sup>193</sup>Au 作为激发能函数的固有能级密度参数  $a_{int}$  和有效能级密度参数  $a_{eff}$  (包括核集体运动效应). 采用能量相关的能级密度参数计算的  $P_f(U)$  与我们测量的<sup>12</sup>C + <sup>175</sup>Lu, <sup>12</sup>C + <sup>181</sup>Ta<sup>[2]</sup> 和 Sikkeland 等<sup>[3]</sup> 测量的<sup>12</sup>C + <sup>174</sup>Yb, <sup>16</sup>O + <sup>170</sup>Er 反应的裂变几率符合很好.

## 2 能级密度参数作为激发能的函数

### 2.1 能级密度参数的唯象描述

根据壳效应热力学分析结果, Ignatyuk 等<sup>[4]</sup> 提出了能级密度参数作为激发能函数的唯象描述,

$$a(U) = \tilde{a} \left( 1 + \frac{f(U)\delta W}{U} \right) \quad (1)$$

其中,  $U$  是有效激发能,  $U = E - \Delta$ ,  $\Delta$  是对修正,  $\delta W$  是对液滴模型质量公式的壳修正,  $f(U)$  是确定能级密度参数能量相关性的普适函数,

$$f(U) = 1 - \exp(-\gamma U) \quad (2)$$

根据中子共振密度系统数据分析得到的系数  $\gamma = 0.064$ ,  $\tilde{a}$  是在较高激发能时能级密度参数的渐近值,  $\tilde{a}$  可根据以下表达式计算<sup>[5]</sup>,

$$\tilde{a} = \alpha_1 A + \beta_1 A^{2/3} + \gamma_1 A^{1/3} \quad (3)$$

其中,  $\alpha_1 = 0.06845$ ,  $\beta_1 = 0.21314 B_s$ ,  $\gamma_1 = 0.38508 B_k$ .

$$B_s = \int_s \frac{d\sigma}{4\pi R^2}, \quad B_k = \int_s \frac{K d\sigma}{8\pi R^2} \quad (4)$$

$B_s$  是形变核表面积与球形核表面积之比,  $B_k$  是核表面曲率积分且用球形核相应值进行了归一,  $B_s$  和  $B_k$  都是核形变的函数. Myers 和 Swiatecki 给出了数值计算的结果<sup>[6]</sup>.

### 2.2 由核单粒子态密度确定能级密度参数

我们从 Nilsson 单粒子能级入手, 计算核固有能级密度参数  $a_{int}$ . 首先确定靠近费米能

量的核单粒子态密度. 假定核是由两种无相互作用的费米气体组成的体系, 有相同的热力学温度, 两种气体是处在热力学平衡中, 有效激发能  $U$  在两种气体中做统计分布, 于是核的单粒子态密度是<sup>[7]</sup>,

$$g_{\mu} = \frac{\int_{U_1}^{U_2} \sum_i \delta(W_{\mu}, W_{\mu,i}) f(W_{\mu}, \bar{n}_{\mu}) dW_{\mu}}{\int_{U_1}^{U_2} f(W_{\mu}, \bar{n}_{\mu}) dW_{\mu}} \quad (5)$$

当  $\mu = \nu$  时, 表示中子气体, 当  $\mu = \pi$  时, 表示质子气体.  $\delta(W_{\mu}, W_{\mu,i})$  是狄拉克  $\delta$  函数.  $f(W_{\mu}, \bar{n}_{\mu})$  表示具有激发能  $U$ , 平均激子数是  $\bar{n}_{\mu}$ , 其中一个激子能量为  $W_{\mu}$  的核子体系的几率, 这个几率为<sup>[8]</sup>

$$f(W_{\mu}, \bar{n}_{\mu}) = \omega(\bar{n} - 1, U - W) / \omega(\bar{n}, U) \quad (6)$$

其中,  $\omega(\bar{n} - 1, U - W)$  是有激发能  $U - W$ ,  $\bar{n} - 1$  个激子的能级密度,  $\omega(\bar{n}, U)$  是有激发能  $U$ ,  $\bar{n}$  个激子的能级密度, 这个能级密度可以用包含泡利修正的 Williams 公式计算<sup>[9]</sup>. 因此, 对于费米气体单粒子态密度可以写为

$$g_{\mu} = \frac{2 \sum_i f(W_{\mu,i}, \bar{n}_{\mu})}{2 \int_0^{\Delta U} f(W_{\mu}, \bar{n}_{\mu}) dW_{\mu}} \quad (7)$$

$i$  表示包括在  $U_2 - U_1 = \Delta U$  能量范围内的所有单粒子态, 取  $\Delta U$  等于核的热力学温度. 核的单粒子态密度为

$$g = g_{\nu} + g_{\pi} \quad (8)$$

根据费米气体模型, 核固有的能级密度参数  $a_{int}$  与单粒子密度  $g$  的关系为

$$a_{int}(U) = \frac{1}{6} \pi^2 g \quad (9)$$

一个核的质量数为  $A$ , 有效激发能为  $U$ , 角动量为  $J$  的能级密度可以写为

$$\rho_{col}(U, J) = \rho_{int}(U, J) K_{col}(U) \quad (10)$$

其中,  $\rho_{int}(U, J)$  是与内部自由度有关核固有的能级密度<sup>[10]</sup>

$$\rho_{int}(U, J) = \frac{\pi^{1/2}}{12} \frac{2J + 1}{2 \sqrt{2\pi\sigma^3}} \cdot \frac{\exp(2 \sqrt{a_{int}(U)})}{a_{int}^{1/4} U^{5/4}} \quad (11)$$

$$U = E - \Delta - E_R$$

$E_R$  是核的转动能,  $K_{col}(U)$  是核由于集体运动引起的增量系数,

$$K_{col}(U) = K_{rot}(U) K_{vib}(U) \quad (12)$$

$K_{vib}(U)$  是振动增量系数. 根据液滴模型, 在绝热近似下,  $K_{vib}^*(U)$  可以用如下表达式计算<sup>[11]</sup>,

$$K_{vib}^*(U) = \exp\left[1.69 \left(\frac{3m_0 A}{4\pi\sigma_{r,d} \hbar^2} \frac{C_{r,d}}{C}\right)^{2/3} t^{4/3}\right] \quad (13)$$

$\sigma_{r,d}$  是液滴模型表面张力.  $C/C_{r,d}$  表征激发核恢复力系数与核液滴恢复力系数之比, 计算中取  $C = C_{r,d}$ . 转动增量系数  $K_{rot}^*(U)$  根据以下关系式计算,

|                  |   |   |      |
|------------------|---|---|------|
| $K_{rot}^*(U) =$ | $\begin{cases} 1 \\ \sigma_{\perp}^2 \\ 2\sigma_{\perp}^2 \\ \sqrt{\pi/2} \sigma_{\perp}^2 \sigma_{\parallel} \\ \sqrt{8\pi} \sigma_{\perp}^2 \sigma_{\parallel} \end{cases}$ | <p>球形核</p> <p>轴对称和镜面对称核</p> <p>轴对称和镜面非对称核</p> <p>椭球形核</p> <p>非对称核</p> | (14) |
|------------------|---|---|------|

在绝热近似下, 由液滴模型给出的振动增量系数  $K_{vib}^*$  随激发能增加而增加, 转动增量系数  $K_{rot}^*(U)$  与激发能无直接关系, 另一方面由于集体自由度与内部自由度的耦合, 对集体运动产生了阻尼效应, 这将使集体运动的增量

系数随激发能的增加而趋于 1. 所以, 阻尼集体效应可以引入一个依赖于激发能和核形变的普适函数<sup>[7]</sup>,

$$q(U, \epsilon) = \exp(-U/U_1) \quad (15)$$

其中,  $U_1 = KA^{1/3}\epsilon^2$ . 当  $U = 30\text{MeV}$ ,  $q(U, \epsilon) = 0.50$ , 由此定出  $K$ . 阻尼的集体增量系数是,

$$K_{\text{rot}}(U) = [K_{\text{rot}}^0(U) - 1]q(U, \epsilon) + 1$$

$$K_{\text{vib}}(U) = [K_{\text{vib}}^0(U) - 1]q(U, \epsilon) + 1 \quad (16)$$

前面讨论的这些效应都会导致能级密度参数变化. 于是考虑了集体效应的能级密度  $\rho_{\text{col}}(U)$  与能级密度参数和激发能的关系是,

$$\rho_{\text{col}}(U) = \rho_{\text{int}}(U)K_{\text{col}}(U)$$

$$= \frac{\exp(2\sqrt{a_{\text{eff}}(U)})}{a_{\text{eff}}^{1/4}U^{5/4}} \quad (17)$$

解方程(15)就得到了作为激发能函数的有阻尼集体效应的有效能级密度参数  $a_{\text{eff}}(U)$ .

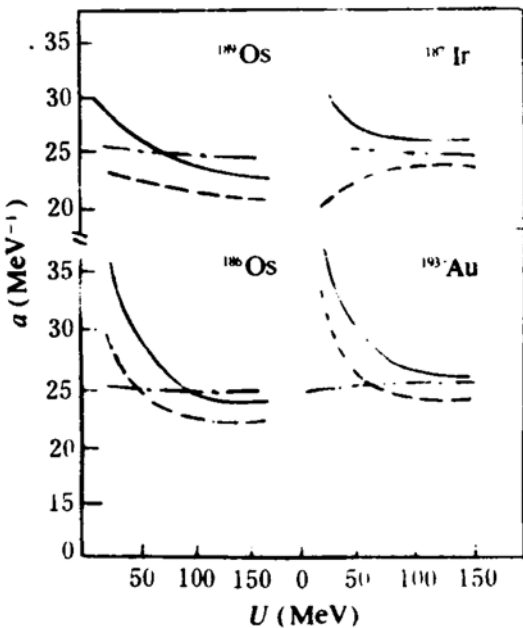


图1 核能级密度参数作为激发能的函数. ——有效能级密度参数  $a_{\text{eff}}$ , - - - -固有的能级密度参数  $a_{\text{int}}$ , - · - 根据唯象模型<sup>[4]</sup>计算的能级密度参数

从图1看出,不同的形变核,作为激发能函数的  $a_{\text{int}}$  的行为是不同的. 核 $^{186}\text{Os}$ 和 $^{193}\text{Au}$ 的  $a_{\text{int}}$ ,当  $U < 50\text{MeV}$  时,随激发能增加很快地减少,当  $U \approx 50 \sim 100\text{MeV}$  时,随激发能增加缓慢地减少,当  $U > 100\text{MeV}$  时,随激发能增加无明显变化. 核 $^{189}\text{Os}$ 的  $a_{\text{int}}$ ,在  $U = 20 \sim 150\text{MeV}$  范围内随激发能增加一直缓慢减少. 而核 $^{187}\text{Ir}$ 在  $U = 20 \sim 100\text{MeV}$  时,  $a_{\text{int}}$  随激发能增加而增加,  $U > 100\text{MeV}$  时,  $a_{\text{int}}$  几乎是

不随激发能变化. 这些核的有效能级密度参数  $a_{\text{eff}}$  随激发能变化的行为基本上是相同的. 在激发能较低时,  $a_{\text{eff}}$  随激发能增加很快减少,在激发能较高时,  $a_{\text{eff}}$  随激发能增加缓慢地减少. 图1还给出了根据唯象方法由方程(1)~(4)计算的这些核能级密度参数作为激发能的函数. 当  $U < 50\text{MeV}$  时,随激发能的增加极为缓慢地变化. 当  $U > 50\text{MeV}$  时,它几乎不随激发能变化,似乎是常数,  $a \sim A/7.5$ .

### 2.3 裂变几率

实验的裂变几率可以根据下式计算,

$$P_f(U) = \frac{\sigma_f(U)}{\sigma_{\text{fu}}(U)} \quad (18)$$

其中,  $\sigma_f(U)$  是测量的裂变截面,  $\sigma_{\text{fu}}(U)$  是全熔

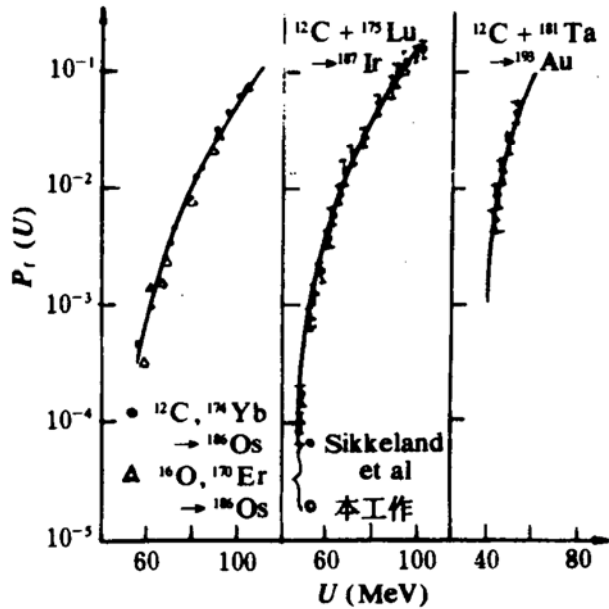


图2 形变核 $^{186}\text{Os}$ ,  $^{187}\text{Ir}$ 和 $^{193}\text{Au}$ 的作为激发能函数的裂变几率  $P_f(U)$ .

合截面. 对于不是很重的体系 ( $Z < 85$ ), 角动量不是很高的情况, 复合核衰变过程中裂变几率是很小的, 并且第一次机会裂变占绝对优势. 理论的裂变几率通常根据下式计算,

$$P_f(U) = \frac{\Gamma_f(U)}{\Gamma_n(U) + \Gamma_f(U) + \Gamma_v(U) + \Gamma_\gamma(U)}$$

$$= \frac{\Gamma_f(U)}{\Gamma_n(U) + \Gamma_f(U) + \Gamma_v(U) + \Gamma_\gamma(U)} \quad (19)$$

$\Gamma_e(U)$ 是发射带电粒子的宽度. 激发能  $U=30 \sim 120\text{MeV}$  时, 蒸发中子宽度  $\Gamma_n(U)$ 和裂变宽度  $\Gamma_f(U)$ 在总宽度中占绝对优势, 可忽略发射带电粒子及  $\gamma$  宽度的贡献, 裂变几率为

$$P_f(U) = \frac{\Gamma_f(U)}{\Gamma_n(U) + \Gamma_f(U)} \quad (20)$$

按照复合核统计理论<sup>[12]</sup>, 裂变宽度为

$$\Gamma_f(U, J) = \int_0^{U-E_S} \rho_f(U - E_K, J) dE_K \quad (21)$$

其中,  $E_S$  是裂变核在鞍点的势能,  $E_K$  是裂变自由度动能.  $\rho_f(U - E_K, J)$ 是核在鞍点态能级密度, 蒸发中子的宽度为

$$\Gamma_n(U, J) = \sum_l \sum_{J'=|J-l|}^{J+l} (2S_n + 1) \cdot \int_0^{U-B_n} \rho_n(U'J') T_l^n(\epsilon) d\epsilon \quad (22)$$

$\rho_n(U'J')$ 是发射中子后核的能级密度,  $T_l^n(\epsilon)$ 是中子的穿透系数,  $\epsilon$ 是发射中子的动能,  $B_n$ 是中子的结合能. 考虑到能级密度的指数性质以及本工作所研究核质量区是  $A < 200$ , 核的裂变几率是很小的,  $P_f(U) \ll 1$ . 可以简化计算, 裂变几率可以用下式近似<sup>[13]</sup>,

$$P_f(U) = \frac{\rho_{int}^f(U - B_f, U) K_f^f(U - B_f) K_f^f(U - B_f)}{\rho_{int}^n(U - B_n, U) K_f^n(U - B_n) K_f^n(U - B_n)} \quad (23)$$

其中,  $\rho_{int}^f(U - B_f, U)$ 和  $\rho_{int}^n(U - B_n, U)$ 分别是核  $A$  在鞍点态的能级密度和余核  $A - 1$  的能级密度. 在裂变几率  $P_f(U)$ 计算中, 对于中子蒸发余核能级密度的计算, 采用前面讨论的与激发能相关的有效能级密度参数  $a_{eff}$  作为

中子蒸发余核的能级密度参数  $a_n$ , 取  $\eta = a_f/a_n$  作可调参数, 计算裂变核鞍点态的能级密度, 这样在计算  $P_f(U)$ 中仅保留一个可调参数符合实验数据. 图2给出我们测量的<sup>12</sup>C + <sup>175</sup>Lu 和<sup>12</sup>C + <sup>181</sup>Ta 以及 Sikkeland 等测量的<sup>12</sup>C + <sup>174</sup>Yb 和<sup>18</sup>O + <sup>168</sup>Er 反应裂变几率的实验值, 图中的实线是根据方程(23)计算的. 对于<sup>12</sup>C + <sup>175</sup>Lu 反应,  $a_f/a_n = 1.08$ ; <sup>12</sup>C + <sup>181</sup>Ta 反应,  $a_f/a_n = 1.15$ ; <sup>12</sup>C + <sup>174</sup>Yb 和<sup>16</sup>O + <sup>170</sup>Er 反应,  $a_f/a_n = 1.11$ . 从图2看出, 计算的裂变几率  $P_f(U)$ 与实验数据符合很好. 本工作结果表明, 在重离子引起的裂变反应中, 计算裂变几率使用能量相关的能级密度参数和考虑核集体运动的影响是十分必要的.

### 参 考 文 献

- 1 Nilsson S G, et al. Mat-fys. Medd., 1955, 29:1
- 2 Liu Guoxing, et al. High Energy Phys. and Nucl. Phys., 1986, 10:597
- 3 Sikkeland T, et al. Phys. Rev., 1971, C3:329; Phys. Rev., 1964, 135:B669
- 4 Ignatyuk A V, et al. Sov. J. Nucl. Phys., 1975, 21:255
- 5 Toke J, et al. Nucl. Phys., 1981, A327:141
- 6 Myers W D, et al. Ann. Phys., 1974, 84:186
- 7 Arrigo A D, et al. Phys. Lett., 1991, B262:1
- 8 Blann M, et al. Z. Phys., 1987, A236:429
- 9 Williams F C. Nucl. Phys., 1971, A166:231
- 10 Gibert A, et al. Can. J. Phys., 1965, 43:1446
- 11 Platonov S Yu. Nucl. Phys. Rev., 1984, A503:461
- 12 Karwoski H J, et al. Phys. Rev., 1984, C29:872
- 13 A D'Arrigo, et al, Phys. Rev., 1991, C44:2720

## Level Density Parameter and Fission Probability Calculations in Heavy-ion-induced Fission Reactions

Liu Guoxing Zheng Jiwen Chen Keliang Wang Sufang  
(Institute of Modern Physics, Academia Sinica, Lanzhou 730000)

**Abstract** Based on the single-particle levels given by Nilsson, (下转31页)

从理论计算的粒子多重数与实验测量值比较中求得. 对核  $^{158}\text{Er}$  进行计算并与实验比较表明, 理论计算很好地再现实验结果, 并得到  $^{158}\text{Er}$  核的粘滞系数约为  $6.0 \times 10^{21} \text{s}^{-1}$ . 至于此值是否适用于其它核以及核粘滞系数是否和核温有关, 需要从实验和理论两个方面以及它们的结合上作进一步的研究.

### 参 考 文 献

1 Hinder D J, et al. Phys. Rev., 1988, C37:2923

- 2 胡济民等. 高能物理与核物理, 1980, 4:368
- 3 吴锡珍等. 高能物理与核物理, 1983, 6:716
- 4 Weidenmuller H A, et al. Phys. Rev., 1984, C29:879
- 5 Lu Zhongdao, et al. Z. Phys., A—Atomic, Nuclei, 1986, 323:477
- 6 陆中道等. 原子核物理, 1988, 4:328
- 7 Kramers H A. Physica, 1940, 7:284
- 8 Lu Zhongdao, et al. Commun. in Theor. Phys. Rev., 1984, 3:323
- 9 Lu Zhongdao, et al. Phys. Rev., 1990, C42:707
- 10 Gavron A, et al. Phys. Rev., 1987, C35:579

## Light Particle Emission in Fission Diffusion Process and Nuclear Friction Constant

Lu Zhongdao

(China Institute of Atomic Energy, Beijing 102413)

**Abstract** The fission diffusion model is introduced. The diffusion process with light particle emission is expressed by extensive Smoluchowski equation. The calculation shows the time dependence of the fission rate and the existence of transient process. The transient process is very important in high energy heavy ion collisions and leads to the enhancement of the light particle emission. The particle multiplicity is also given which depends on nuclear temperature and nuclear friction constant. For heavy ion collisions forming composite nucleus  $^{158}\text{Er}$ , the calculation reproduces the experimental data quite well and the nuclear friction constant is reduced to be about  $6.0 \times 10^{21} \text{s}^{-1}$ .

**Key Words** fission diffusion model, light particle emission, transient process, particle multiplicity, nuclear friction constant.

(上接26页)

the intrinsic and effective (with collective effects) level density parameters as a function of the excitation energy for the  $^{186}\text{Os}$ ,  $^{187}\text{Ir}$ ,  $^{189}\text{Os}$  and  $^{193}\text{Au}$  deformation nuclei have been calculated in the range of the excitation energy up to 150 MeV. The calculated fission probabilities  $P_f(U)$  are consistent satisfactorily with the experimental data when a nonadiabatic estimation of the collective effects was used to calculate the nuclear level density parameters.

**Key Words** intrinsic level density parameter, effective level density parameter, fission probability.