

壳模型的综述

J. P. Elliott

摘要: 本文首先对壳模型历史上几个重要进展做一简单回顾, 随后讨论发展的目标, 对诸如有效相互作用的选择以及入侵态的存在予以更详细的讨论。最后展望一下将来简化大规模壳模型计算的可能途径。

一、引言

在探索核结构方面试图确定“我们身在何处”之前, 先回顾一下过去所走过的路总是有帮助的, 然后我们就可以估计前面的各种途径中存在的困难。今天关于壳模型报告就是按照这样的步骤进行的。

我们定义的壳模型, 指的是核子各自独立地在球对称的势场中运动的系统, 它在原则上是一组完备态的框架。在这一框架中, 可以进行精确计算。只有当所占轨道的组态被限制之后, 它才变成了一个模型。由于可以有一系列的方法对此加以限制, 相应也就有了各种“版本”的壳模型。把非球形场中互相无关运动的 Nilsson 表象包括到壳模型定义中似乎没什么帮助。然而, 使用“集体”这个词时应当小心, 因为即使壳模型的球形势也是一个集体现象, 是一个核子与其它所有核子作用的结果。

壳模型这个词大约在 1950 年开始广泛使用, 然而该模型的历史实际上要早得多。为了说明这一点, 我引用 Bethe 和 Bacher 发表在“核物理”杂志上的那篇著名文章 (1936 年) 中的一段话: “在各个质子、中子独立运动的假设下, 对于结合能的计算固然不能声称获得了巨大成功, 然而对于说明那些已经积累了相当多证据的核结构中的某些周期性则是个基础, 而且独立粒子近似给未来核自旋的转动理论的进展提供了一线希望”。大约在 1950 年以前, 人们经常使用“准原子模

型”这一表述, 用 LS 耦合把重点放到轻核的结合能计算上。那时我们对核谱所知甚少。即使现在, 结合能仍较难计算, 我们还不能说获得了“极大成功”。

现在, 我们一起看看壳模型的几个重要进展以及 1936 年以来对它的理解。

二、几个重要的里程碑

1. 1937 年维格纳超多重态

如果核力不仅与电荷无关, 而且与自旋无关, 那么中子/质子、自旋上/下的四维内禀空间具有协变性, $U(4)$ 分类也是有效的。这也意味着轨道置换对称性也很好。我们知道, $U(4)$ 对称性被张量力、自旋轨道耦合力以及中心力的自旋依赖性打破了。然而, 在核力中有相当多的成分对 $U(4)$ 来说是守恒的。我认为这个效应没有适当地被包括在从单 j 壳开始的计算中, 它允许 $1 \sim 2$ 核子的激发, $j = l \pm \frac{1}{2}$ 的轨道被 $U(4)$ 守恒部分强烈耦合, 这就是 M1 算子著名的自旋部分消失的原因。超多重态的概念并不局限于壳模型, 在 Nilsson 模型渐近极限和集团模型中也有应用。

2. 1949 年自旋轨道耦合

1949 年的主要进展是球形壳模型势中加入强的自旋轨道耦合项 $\dot{s} \cdot \dot{i}$, 这立即解释了从轻核到重核的所有幻数核。 $\dot{s} \cdot \dot{i}$ 这一项作用对自旋为 $\frac{1}{2}$ 的核子是唯一可能的自旋

相关形式(协变性)。已经知道,核子间这种力是自旋张量(2秩)依赖的(1940年观测到氘核四极矩),而直到相当高的能量下核子核子散射实验完成之后,核子之间(两体)自旋轨道耦合力的证据才得以确认。在更低的能量下之所以看不到自旋轨道耦合力,是因为它在单 π 交换时不存在,它仅出现在 2π 交换和更重介子的交换中。

1950年以来,壳模型迅速发展,其要点是球形势(带有 $\vec{s} \cdot \vec{l}$ 自旋轨道项)加上一个剩余中心势(0秩)。所谓剩余项,指的是无法吸收到球形势中的那部分力。对壳模型中张量力的相对不重要,我感到惊讶。而从此已有上千篇壳模型计算的文章。

3. 1953年的 $0p$ 壳的中间耦合

对于 $4 < A < 16$ 的核,人们已经用价核子占据 $0p_{3/2}$ 或 $0p_{1/2}$ 轨道相当详细地予以描述。因为 $l=1$,角动量小,仅仅涉及2个径向积分,它们可看成参数。假定核力是一个有交换特征的中心力,它与Rosenfeld提出在三-偶、单-偶和单-奇道中相对强度分别为 -1.0 、 -0.6 、 0.6 、 1.0 密切相关。

4. 1955年 sd 壳的中间耦合

在计算 $A=18, 19$ 的核时发现近似简并的 $1s$ 和 $0d$ 轨道有强烈的耦合。由于径向积分的数目增加,一个特定的形式,即汤川势被当成核力。

5. 1955年 $E2$ 算符中的有效电荷

用裸的核子电荷无法解释 $A=18, 19$ 的 $E2$ 强度,而附加大约 $0.5e$ 的同位标有效电荷则给出吻合的结果。它代表了对过去忽略的闭壳的四极极化效应的重整化。

6. 1956年 ^{40}K 和 ^{39}Cl 的关系

一个对核力没有假定的很漂亮的工作,指出了这两个核谱的几何关系。它只需假定两核分别有 $(d_{3/2})^{-1}f_{7/2}$ 和 $d_{3/2}f_{7/2}$ 的组态。

7. 1956年偶极和八极共振

这些奇宇称振动主要和一个微小的 $1\hbar\omega$ 的一个粒子——一个空穴的激发联系在一

起,但是它的强度需要包括无规位相近似一类的基态关联。在能量上,同位标模式被推上去,而同位标量模式被拉下来。实际上,同位标偶极模式既然代表了核的整体位移,与基态应该是简并的,所以是伪态。这使人想起带有一个固定中心的壳模型描写核的内部特征时,多了三个自由度。

8. 1958年壳模型中转动发现

数值计算和用 $SU(3)$ 的分解均表明,在三维谐振子简并中,(特别是 sd 壳)有足够的灵活性产生在共同的内禀态上的转动带。而且典型的汤川形的核势在 sd 壳的前半壳中导致这样一个耦合图象,其中的内禀态最低带有最大的形变。所以,转动模型与壳模型的区别比过去考虑的更小了。用集团模型也建立了类似的关系。

9. 1958年,对和BCS方法

1943年,拉卡在 l^n 原子组态中引入了先辈数(Seniority,也称辛弱数)的概念,这纯粹是为了建立在 $L=0$ 的对的态和 $U(2^{l+1})$ 的子群 $O(2l+1)$ 的数学关系上的方便。在原子中,由于库仑力的长程性,它没有什么物理意义。可是不久人们发现,核力的短程性使得在核的 l^n, j^n 组态中,先辈数变得相当重要。在Bardeen、Cooper和Schrieffer关于超导电子对的作用的工作后不久,人们看到,在核内由于费米面的模糊以及从很多相邻单粒子轨道构成的相干对,对的作用大大地增强了。

10. 1959年Skyrme力

多数壳模型计算忽略了核的大小及核力的饱和性问题。单粒子波函数经常取一个固定的形状,并有一个调节到已知核大小的长度参数。严格地说,它们应当由带有与壳模型计算一致的核力的H-F变分法确定。Skyrme引入了一个建立在 δ 函数及其微分以及在自洽计算中常用的密度相关基础上的简单的有效相互作用。这在壳模型计算中用得不多(这个力与Skyrme子无关)。

11. 1966年短程排斥及G矩阵

在核子核子散射中,如果有两个核子间测出的核力可以应用的话,壳模型工作中的很多不确定性都可以消除。不幸的是,核力的短程排斥导致了核内的关联,这使壳模型框架内的收敛变得很慢。继 Bruecker 之后,人们又发展了一些很漂亮的方法,计及一系列微扰项消失关联,给出有效相互作用以便应用于无关联的壳模型组态。对有限核的大量计算中,最漂亮的就要数 Kuo 和 Brown 的工作了,但是即使这一方法,好象还有太多的不确定性,不能为可信的壳模型计算提供有效相互作用。人们不仅要考虑高激发组态以体现短程关联和张量力,还要考虑来自低激发 ($2\hbar\omega$) 的重要细节的贡献,在 $0p$ 壳中有效的三体(及多体)相互作用也很重要,但是经常被忽略不计。

12. 1969年大规模壳模型计算程序

六十年代,计算机的迅速发展导致了两个独立程序的编写以及壳模型矩阵的对角化,就象用手算那样用 C. F. P (亲态比系数)对每个 J 和 T 组合构造矩阵,开发了好量子数 J 和 T 使矩阵尽可能小,但缺点是必须事先计算 C. F. P 系数。另外一个程序是用一个 m ——基的 Slater 行列式运算,所以不需 C. F. P 系数来保证反对称性和正交性,但矩阵大得多,它包括了同一矩阵中所有可能的 J 和 T 。

13. 1975年核子对的玻色子近似

相互作用玻色子近似 (IBA 和 IBM) 试图把每个 0^+ 、 2^+ 核子对映射到 s 、 d 玻色子表征的玻色子空间中,从而对重核的几乎无法计算的大矩阵简化到可计算的维数小得多的小矩阵。

14. 1984年大规模的壳模型计算

我所见到的最令人信服的、其它人也该以此为榜样的计算是 Brown 和 Wildenthal 的 sd 壳的研究。在63个两体矩阵元中,最主要的47个作为自由参数用最小二乘法在相当宽的 sd 壳核范围内吻合大约400条能级,而剩

下的取自 G 矩阵计算。对没有入侵态的 $23 < A < 33$ 的数据吻合时,每个 J 的最低6条或更多条能级吻合极好。

三、未来的目标

展望未来,必须看看壳模型计算的现实目标。过去,定性吻合每个自旋低能级(有时也符合第二条能级)就够了。这对获得新数据时理论和实验的相互影响起了很大作用,并且对探索稳定线以外的核素新区域会继续有用。但对已有了很好数据的区域, sd 壳的研究对理论和实验都提出了新的和日益增加的标准。对变形核想用壳模型近似成功地处理也许不合情理,在 sd 壳核中变形核被成功地描述了。壳模型的力量在于其完备性以及在必定的价轨道内再现球形和变形态的能力。然而显而易见,在 sd 壳外矩阵迅速变得很大,以致无法用通常的方法给出矩阵并对角化,必须找到更好方法集中到大矩阵的几个最低本征值上去。

也许有些悲观,从核子核子相互作用不太可能推出足够精确的有效相互作用。另一方面,要把(轻核除外)太多的有效相互作用两体矩阵元当作参数。于是只得设法引入适当的灵活性,然后给出一种理解,说明有效相互作用如何随质量和价空间的选择而变化。在构造有效相互作用时,必须记住自由核子的已知性质以及在有限的核内它如何被多体关联所影响。有个好波函数,以便介子效应和亚核子效应得以探讨也很重要。如果核结构用了粗糙的波函数,可能得不出正确的结论。

四、几个问题

1. 入侵态和价轨道的选择

如果我们定义入侵态为主要属于对一壳

模型计算选定的空间外的组态,那么对一个小的模型空间的入侵态在选择大的模型空间时,可以不是入侵态。“入侵态”这个词可能源于氧区,我们就来考察这种情形。这里模型空间通常取为带有最低谐振子能量(称为 $0\hbar\omega$)的一组组态,因而 $1\hbar\omega$ 、 $2\hbar\omega$ 、 $3\hbar\omega$ 等激发组态的状态就是入侵态了。当然,奇 n 的 $n\hbar\omega$ 有负宇称。这里把入侵态向下拉的机制是在 sd 壳中占据第一条 Nilsson 能级轨道时引起的额外形变。 ^{20}Ne 以前,这一轨道被 $0\hbar\omega$ 组态填满以致于这种机制不存在,入侵态被推向更高能级。 ^{40}Ca 闭壳附近观察到这种类似图像。这样,入侵态就是很特殊的态,包含 $2\hbar\omega$ 、 $4\hbar\omega$ 等态的完全集也就没什么意义了。入侵态必须分别构造并允许混合,但这带来了更多的没有包含在 $0\hbar\omega$ 拟合中两体矩阵元额外的不确定性。此后的谐振子壳将闭于 ^{80}Zr ,但最近数据表明,该核有形变。这其实没什么可奇怪的,因为 (pf) 和 (sdg) 之间的谐振子间隙因 $g_{5/2}$ 的下降而封闭。在 ^{80}Zr 中,我们说入侵态可能成了基态。这样,人们就问,在何种激发下可以期待有闭壳的 $(pf) 0^+$ 态。

2. 有效相互作用

在原子物理中,人们知道相互作用,壳模型也很有效,即使这样,仍要把 Slater 积分(主要是二体矩阵元)作为从能谱推出的自由参数,而且通常都掌握着即使不是全部也是大部分最低组态的数据。在核物理中,核模型空间截断要严重得多,我们当然不期望从自由核子势中用自由参数方法而希望用吻合来确定有效相互作用。除了小模型空间的很少孤立的例子外,从模型空间中只能看到一小部分状态,所以相互作用的一些成分从这些吻合确定得很不好,但假定这些成分对低位态不重要。

应当怎样确定有效相互作用呢?最直接和最一般的方法是在模型空间中把所有的两体矩阵元 $\langle j_1 j_2 J | V | j_3 j_4 J \rangle$ 作为自由参数。它的优点是对单粒子波函数径向形状不需任何

假设。不幸的是,因为参数太多,除非在最小的模型空间中,否则这都办不到。如果我们有单粒子波函数,就可以对算符 V 参数化。在某种程度上说,这是一个倒退,因为即使对一个很大的模型空间,两体作用的矩阵元数目也是有限的,而 V 则包含了无穷多参数。于是人们希望能找到 V 的某一形式,它有有限数目的参数和足够好的普适性吻合相当多的核。自由核力当然仅是相对距离 $r=r_1-r_2$ 的函数,而有效相互作用依赖于对的质心位置 $R=\frac{1}{2}(r_1+r_2)$,用密度依赖来表征对 R 的依赖性是不可能的。如果使用谐振子波函数,忽略或简化对 R 的依赖性,那么借助于 Talmi-Moshinsky 变换,我们只需明确单变量 r 的波函数中 V 的矩阵元 $\langle n' s' l' j | V | n s l j \rangle$,而不是两个变量 r_1 、 r_2 的波函数中的 V 矩阵元。有人尝试把核子核子散射的相移与这些矩阵元联系起来。

有趣的是,二体矩阵元的总趋势可由最基本的假设,即相对 S 态中的相互作用是主要的,而得到理解。如图1中的实线代表 $T=0$ 中心力两体矩阵元的值(Brown 和 Wildenthal 在吻合 sd 壳的壳模型中得到),而虚线的获得是作了下列粗略的假定: S 态的不变相互作用,相对角动量 $l \neq 0$ 态无相互作用,即 $\langle n l | V | n l \rangle = V_0 \delta_{l0}$,与径向量子数 n 无关。标量参数 V_0 调至总体吻合。我建议不使用这种粗糙的假设,因为它给出的能谱较差。两体矩阵元有很多变化是几何的,由各种短程吸引产生。因此象图1那样评估从自由核力导出有效相互作用的成功程度时要小心。图2则是 $T=0, S=1$ 态张量力的类似比较。

五、前进的方向

1. 通常的壳模型计算

利用新计算机,改进传统的壳模型计算效率总是有余地的。找出有效相互作用中的

基本参数并了解它们对质量、模型空间选择的依赖关系是非常重要的。然而对重核,即使在一个主壳内所有组态的庞大矩阵都对这种计算予以严格的限制。所以要么设计出截断的方法,要么迅速集中到最低本征值上去。来源于最低轨道 j 的 $(j)^n (j')^n$ 类的激发中带 n 的收敛一般很慢,特别是当 $j' = l - (1/2)$ 是 $j = l + (1/2)$ 的自施轨道的伴随情况下更是如此。

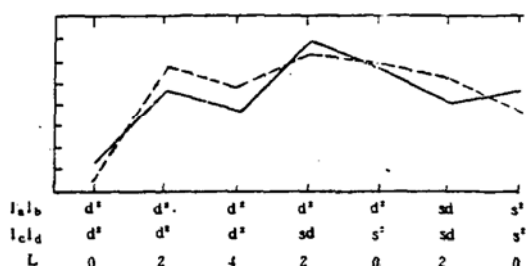


图1 中心力 $\langle l_a l_b LST | V_c | l_c l_d LST \rangle$ Brown 和 Wildenthal 吻合的两体矩阵元与 $T=0, S=1$ 的简单一个参数相对 S 态的作用(虚线表示)两体矩阵元的比较

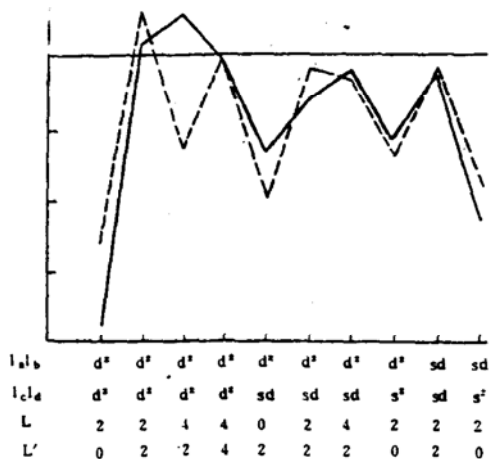


图2 与图1类似,这里比较的是 $T=0, S=1$ 的张量力,其值指的是 $J = J_{max}$ 状态下矩阵元。虚线是单参数相对张量力 $\langle n+1, s | V_T | nd \rangle = K$ 的情况

2. Hartree-Fock-Bogoliubov 方法

壳模型计算首先指定一组有效的或价轨道来定义模型空间,即使对于重核中的主壳,这包括的不过是每一 J 值和宇称的一个轨

道。因此,一旦选定了这种轨道的径向波函数,球形的 H-F 就失效了。可是形变的 H-F 计算混合不同的 J 值,相应于该核的最优化形变以产生正确的单粒子态。如果我们引入附加的准粒子自由度代替粒子自由度,则 H-F-B 方法就是一种同时包括了 ρ 对和形变效应的基态近似。而我们定性地知道,这是核结构的两个最基本特征。H-F-B 波函数舍弃了破缺对称性以及粒子数 N 和角动量 J 的好量子数从而获得简单结构。这些可以通过投影法数值地恢复。

这种方法在 Tübingen 得以发展。称为“Excited Vampire”的最新版本执行了 HFB 投影后的变分。对不同的 N 和 J 它允许有不同的 HFB 解。对于每个激发态,每个 N 和 J , 在确定的正交条件下有一个新的变分。对非对角矩阵元也做了计算,但值一般很小。因为在壳模型空间中做这计算,最终在矩阵对角化后应与壳模型结果一致。当然,人们希望每个 N, J 最低的几个态无需构造出整个壳模型矩阵的大部份即可很快收敛。这是很有希望的办法,不过还得看其计算时间是否大大低于通常的壳模型计算。

3. 玻色子近似

在单 j 壳内, $J=0$ 的核子对产生算符 $A^+ = \sqrt{1/2} (a^+ \times a^+)^{(0)}$, 满足对易式 $[A, A^+] = 1 - \hat{n}/(j+1/2)$, \hat{n} 是核子数算符。因此对于 $n \ll (j+1/2)$, 或者对空穴数有类似的限制时,对 A^+ 的行为很象 S 玻色子。对的基态,即数投影 (number-projected) 的准粒子真空,对 n 个核子来说,对应于玻色子态 $(s^+)^{n/2}$ 。玻色子模型,仅仅建立在 S 玻色子基础上,包括了对关联,但不包括与形变相联系的集体运动。引入代表 $J=2$ 的对 (如 $(d^+)^{n/2}$) 对应于辛弱数为 V 的壳模型态。可以证明,除了包括对关联外,它还包括四极振动和非球形转动。这就是 Arima 和 Iachello 的相互作用玻色子模型。如果我们推广

(下转第13页)

靶相比,扣除束流强度因素后可利用的截面下限可低 1~2 量级。

少数核子转移反应的 Qgg 响应已在低能重离子反应中得到证实⁽¹⁸⁾,尽可能利用高 Qgg 反应道对截面的提高可能以数量级计。表给出使用常规束流和丰中子束合成同一种丰中子核素,其基态反应 Q 值 Qgg 对比的一些实例。可以看出,使用丰中子了投弹合成丰中子核素比使用常规束流要有利的多。

2. 低反冲能——发展热扩散型靶、叠层薄靶加氦喷咀装置及跑兔装置

由于靶余核产物主要产生于周边反应过程,它们的反冲能极低,反应产物大部分会阻止在靶内。我们准备以热扩散为主要手段,使

生成核从靶中扩散出来⁽¹⁸⁾。这就对靶材料的机械物理性质有较严格的要求。可用厚度在 10 μm 以下的箔靶,或颗粒直径 $\Phi < 30\mu\text{m}$ 的细粉末靶。特殊情况下,如从 Pb 中获得 Hg,可采用有高扩散系数的熔化 Pb 靶。所谓熔化靶就是利用在靶熔化温度下的靶材料蒸气压比期待核元素蒸气压低几个数量级的条件,使靶在反应发生时处于熔化状态,以便产物从表面挥发出去。最近从辐照过的铅靶,在 750~800 $^{\circ}\text{C}$ 温度下,快速使 Hg、Tl 产物脱出的离线实验已经成功,产物几乎是百分之百的被挥发出来并由微量物 He 气流转载到一个收集器上。

(下转第 6 页)

(上接第 21 页)

到几个轨道的情况,对易子中的分母就用 $\sum(j + \frac{1}{2})$ 代替。当壳模型空间对于计算来说变得太大时,玻色子近似更加有效。

对于互作用玻色子模型(简称 IBM)的各个方面已经有大量论文。这里我仅仅指出两个方面:其一,它作为壳模型是一个近似的检验,其二是它的经验应用。

1. 检验与中子、质子(⁴⁰Ca 刚过的区域内, $j = 7/2$)单壳相联系以及分别对偶、奇质量核的玻色子模型 IBM3 和 IBFM3 同位旋不变形式的使用。有人直接从⁴²Sc 核谱观测中提取的有效相互作用对 $n = 3, 4, 5, 6$ 、组态 $(7/2)^+$ 进行壳模型计算。 $n = 4$ 和 $n = 3$ 的壳模型能量和波函数分别用于明确导出玻色子玻色子相互作用和玻色子费米子相互作用。然后在玻色子框架内,用这些相互作用计算 $n = 6$ 和 $n = 5$ 的能谱,最后与精确的壳模型能谱相比较。虽然在⁴⁶Ti 的玻色子计算中,因为没有考虑 g 玻色子,第二条 4^+ 激发态不出现,但是吻合程度仍然可以说很好。假如吻合得不好,则玻色子近似的有用性就值得怀疑了。非常令人振奋的是,IBM 在壳很小而 $n/(j$

+ 1/2) 并不小的情况下也很有效。在这个检验中,玻色子相互作用不允许玻色子数改变,因为那样会引入自由参量。但通常人们希望随玻色子数 N 变化,当然这种方法吻合得更好。

2. IBM 的力量在于它对核的实际应用,其中玻色子代表了许多复杂的壳模型轨道的叠加。然而,从实验数据分离出玻色子相互作用是很困难的。这个问题与过去分离有效壳模型相互作用差不多,或更难一些。即使在仅仅带有 sd 玻色子的 IBM1、IBM2 和 IBM3 中,参数的数目分别是 9、30、19,这里由于同位旋的对称性,IBM3 的参数变少了。由于 Pauli 原理的修正,人们期望有一个较强的质量依赖性。同时,玻色子空间是壳模型空间的一个子空间,有更多类型的入侵态,而在拟合时没有包括。

总之,我很乐观,对壳模型计算可以做很多改进,在这次会议上,我希望能听到这方面的进展。

[赵玉民译自《壳模型与核结构》,意大利, Capri“第二届国际春季核物理讲习班”(1988 年 5 月),新加坡世界科学出版社。顾金南校]