

原子核中的混沌问题

卓益忠

(中国原子能科学研究院)

一、引言

由于新的实验条件的建立和量子色动力学的发展，中高能、特别是极高能核物理是当前核物理、甚至整个物理的重大前沿课题之一，这已是无疑的。我今天着重谈的是近年来由于精确与系统的实验工作，加上在力学、统计物理、凝聚态物理等的进展，传统核物理的面貌也正在发生着深刻变化，推陈出新、原子核中的混沌问题就是其中的一个，它又与一个新的领域，小系统的统计力学紧密相关。

我们知道在自然界许多领域并存着规则运动与不规则运动(混沌)。以核为例，平均场，集体运动，直接相互作用等是规则运动，统计谱，复合核反应，重离子深度非弹性散射为混沌，当然这些情况在原子核物理中是早已知道的，现在为什么又有新的兴趣呢？这是由于近年来经典混沌理论有实质性进展，而量子混沌理论尚未很好地发展起来，而原子核是个有限大小的量子体系，承上启下，显示出既有规则运动，又有混沌，既是经典，又是量子的特征。它又与其他小量子体系，如原子、分子，原子分子集团，又金属等有共同特点，因此期望对原子核这个量子体系的研究，不仅对原子核的各种运动形态及相变等问题有深入的认识，并对像量子混沌理论的发展做出贡献。

二、混沌理论的发展及其与核物理的关系

1. 混沌理论的新进展

对于宏观现象的描述早已存在有两种观

点，决定论与几率论。大约在公元一六五〇至一七五〇年之间，牛顿等发展了经典力学(决定论)，伯努里等在此期间发展了几率理论。两者虽然和平共处，但一直存在着一个基本问题：一个力学系统，如何形成混沌，以致于只能用几率的方法来描述(这也是统计物理的基本问题)！

传统的看法是，当一个体系的自由度 $N \rightarrow \infty$ 时，量变引起质变，统计规律起作用(混沌)；而当 N 是有限时，则应遵守动力学规律(决定论)。决定论的典型例子是 Kepler 定律，有解析解，给定初值，以后的运动轨迹完全是确定的，这曾被误认为是经典力学的范例，甚至是全部内容。近年来由于非线性力学的进展，我们知道上述情况只是特例，是属于可积系统。一般情况是非线性，不可积的，无解析解，给定始值，运动轨迹完全不可确定，即使只有两个自由度，也可能如此(如两个耦合的非线性振子)，出现混沌。这类混沌是由于非线性力学系统不稳定性造成的，是内在因素起作用的，人们称之为动力学混沌或决定论混沌。

2. 与核的关系

先看一个称为 Sinai 台球的例子(见图1)。一个质点限制在正方边与圆盘之间做完全弹性反射运动。很容易看到初始相邻的一束轨道经过几次反射之后完全散开，散布在整个组态空间，因此在经典上完全是混沌的。那么量子情况如何？在这个模型中很容易通过薛定格方程计算能级，有了能级可以计算出能级间隔分布和 Δ_s 的分布。令人吃惊的是这些分布完全可以用 GOE(高斯正交系综)计算的结果来符合(见图2, 3)。

GOE 是 E. Wigner 1958 年提出的无规

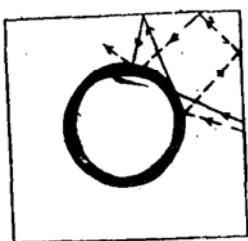


图1.

矩阵模型的一种表示，早先只把它看作为一种纯数字模型，近年来由于哥伦比亚大学等的核共振数据的精确与系统的测量，使得有可能用

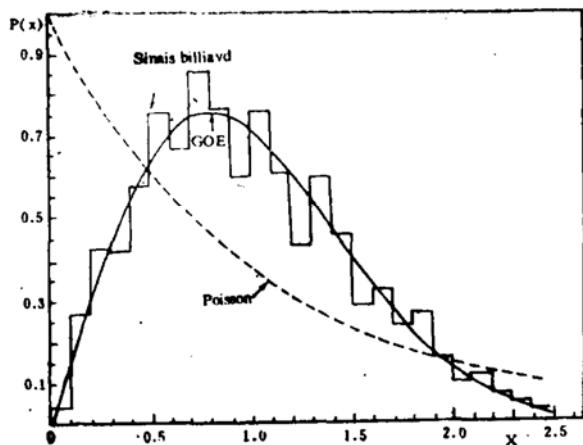


图2.

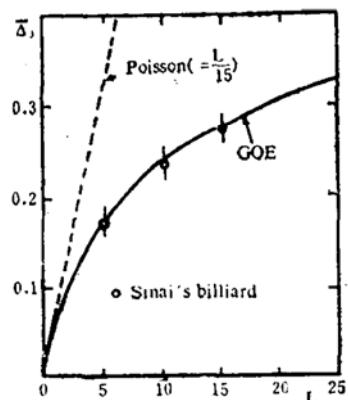


图3.

GOE来分析统计核谱。相邻能级间隔分布和 Δ_3 的分布分别在图4与图5中给出、**GOE**与实验结果完全符合，且与Sinai台球的结果也很一致。于是人们分析了许多在经典中完全是混沌的其相应的量子谱性质都符合**GOE**，因而得到一个至今大多数人都承认的结论：经典中的完全混沌体系相应于量子体系中的**GOE**，虽然这只是例证而尚未严格的理论证明。此外，籍助于无序固体中的Anderson模型发展了一套非常强有力的非微

扰方法来计算各种物理量，在理论方法上也是个重大突破。它不仅被用来发展了一套完整的复合核和预平衡反应理论，且反过来又用到像整数量子霍尔效应，小导体中电导的涨落等凝聚态物理问题。

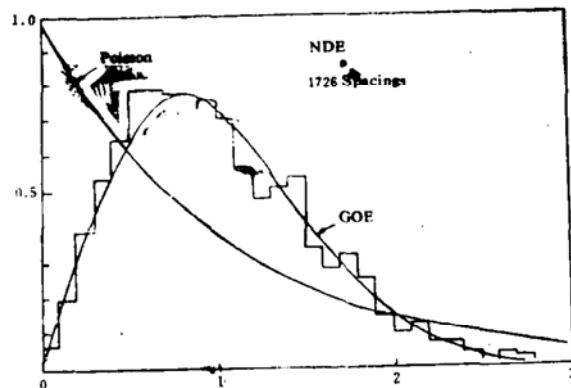


图4.

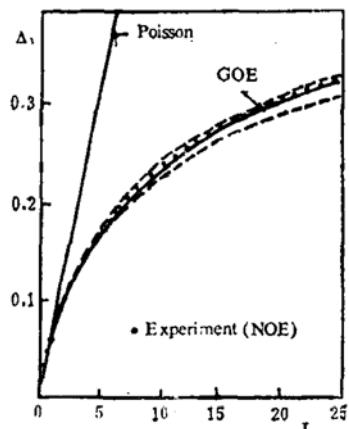


图5.

三、经典和量子无规散射问题

前通谈的都是有关束缚系统的混沌。混沌是按时间 $t \rightarrow \infty$ 的状态来定义的。对于散射态来说当 $t \rightarrow \infty$ 时是“自由”状态，似乎只能有规则运动而无混沌！对于这个问题，只是最近一、二年来才开始研究。

考虑一个系统的哈密顿量[J.Phys.A19 (1986)L829]

$$H = \frac{1}{2}(P_x^2 + P_y^2) + (x^3 - 3xy^2)e^{-\frac{1}{2}(x^2+y^2)}$$

位能形式见图6(略)。其中标“+”号是

峰“-”号为谷。于是计算了不同碰撞参数下的散射角表示在图7中(略)。从图中可以得到如下的物理图像：对于某些碰撞参数，入射粒子可在位阱区内反射许多次然后才发射出来。对应于这样的碰撞参数，散射角和在位阱内停留时间都将随着碰撞参数涨落得很厉害；这可以看作为无规散射的讯号。所以对于散射问题而言也的确有规则与混沌运动，而且对于了解 Wigner R 矩阵理论的人可以很容易理解。对于某些碰撞参数，位阱相当于Wigner把复合核关在一个圆盒里，粒子最后通过位阱的空隙出射，相当于把盒子移走，因此当粒子被关在位阱中时的运动情况应与束缚态一样，有关区分规则与混沌的定义也适用于此。

进一步很自然提出经典不规则散射所对应的量子行为是什么的问题！和束缚态情况不一样，这个问题才刚刚开始有人研究。下面是一个所谓“玩具”模型的例子值得一提。其哈密顿量为[Phys. Rev. Lett. 60(1988) 477]

$$H = \frac{1}{2}(P^2 + RI^2) + V \cos\theta \sum_{m=-1}^{+1} \exp$$

$[-(X - m\xi)^2]$ ，计算表明当V足够大时，对一系列初值 I_i ， θ_i 末值 I_f 涨落很厉害(不规则散射特征)，量子力学非弹性跃迁几率($\tau_{I_i \rightarrow I_f}$)呈Ericson涨落，与其相关的自关联函数 C_{I_i, I'_i} 大致为劳伦茨型。我们知道GOE能够很好地描述上述行为，因而通过散射问题的例子也进一步揭示了量子混沌与GOE之间的关系。

这个“玩具”模型有趣之点在于把经典无规散射与量子散射直接联系起来而不需引入准束缚态，并提出一些很有意义值得进一步研究的问题，例如对跃迁几率 $\tau_{I_i \rightarrow I_f}$ 按能量平均是否可以得到哈森—费茨巴哈(HF)公式等。

四、核集体动力学微观理论

前面几节的讨论局限于核谱与散射问

题，更感兴趣的是从动力学角度来研究在什么情况下是规则运动与混沌及他们之间的过渡。为此目的我们企图发展一个微观理论以研究核的“大振幅”集体运动模式的出现、维持、形变、耗散与消失。

我们的出发点是TDHF(与时间有关的哈崔福克)运动方程，可以证明TDHF方程中的粒子空穴振幅变量可以变换为相对应的正则变量，从而得到正则运动方程。这个TDHF相空间的经典非线性力学一般是不可积的，在这个相空间的轨迹称为TDHF轨迹。

从物理上考虑，可以研究初始条件相似的一束TDHF轨迹随时间发展变化情况：

1) 这束TDHF 轨迹很快散开，这时无集体性可言(混沌)；

2, 这束轨迹在很长时间内聚焦好，可能存在“大振幅”集体运动(沿平均轨迹)；

3, 介乎于两者之间，部分轨迹散开，部分“聚焦”(耗散集体运动)。

一般TDHF的相空间的维数是很大的(等于粒子一空穴激发的总数的两倍)，但假定“大振幅”集体运动存在，总是可以用少数几个自由度来描述。我们用SCC方法(自治集体坐标方法)找出集体子空间与相应的集体变量，余下的为非集体变量(围绕着平均集体坐标涨落)。研究一束轨迹可以用分布函数来描述，我们用与时间有关的投影算符方法得到一般的耦合主方程。与现在流行的输运方程相比，我们的主方程是自治的(无多余自由度)，不需引入象“热浴”等统计假定，可以微观地来研究集体运动、耗散、混沌等的条件及相互过渡。

五、小结

1. 经典混沌对应的量子情况是GOE，已有许多例证和一些半经典理论，但尚需建立严格的理论与证明；

2. 建立在GOE基础上的一套非微扰方法对小量子体系有普遍意义，可广泛应用；

3. 核物理知识对搞清无规散射(从经典到量子)规律可能很有用(像过去束缚态情况一样), 可选一些例子加以分析;

4. 微观动力学的研究尚需具体深入并推广到量子情况。

我们期待着通过原子核各种运动形态的研究有助于建立量子小体系的统计力学(平衡与非平衡)。这对认识自然, 对各个学科的发展, 对应用都将有重大意义。